



Site de Montpellier  
Unité de Recherche Irrigation



Département Hydraulique  
et Mécanique des Fluides

# MODELISATION DU TRANSPORT SOLIDE EN REGIME TRANSITOIRE

Mémoire de stage de 2<sup>ème</sup> année d'école d'ingénieur

Julien NICOD

Juillet à Septembre 2000

# SOMMAIRE

<b>Remerciements</b>	4
<b>Introduction générale</b>	5
Présentation du Cemagref	5
Présentation du stage	5
Cahier des charges	6
<b>Notations</b>	7
<b>1 DONNEES DU PROBLEME</b>	8
<b>1.1 Données hydrauliques</b>	8
<b>1.2 Données liées au transport solide</b>	8
<b>1.3 Position du programme dans SIC</b>	8
<b>2 MODELE PHYSIQUE</b>	9
<b>2.1 Equations du transport solide</b>	9
2.1.1 Formulation conservative	9
2.1.2 Formulation non conservative	9
<b>2.2 Modification du lit</b>	9
2.2.1 Equation	9
2.2.2 Conséquences sur la géométrie du lit	9
<b>2.3 Modèles</b>	10
2.3.1 Les différentes classes de sédiments	10
2.3.2 Lois de chargement	10
2.3.3 Lois d'équilibre	11
2.3.4 Coefficient de diffusion	11
<b>3 DESCRIPTION DES SCHEMAS NUMERIQUES PROGRAMMES</b>	11
<b>3.1 Choix des schémas</b>	11
<b>3.2 Discrétisation des différents termes de l'équation du transport solide</b>	12
<b>3.3 Conditions aux limites</b>	13
<b>3.4 Algorithmes de résolution</b>	13
3.4.1 Crank-Nicholson	13
3.4.2 Holly-Preissmann	14
<b>3.5 Traitement de problèmes particuliers</b>	16
3.5.1 Calcul de la concentration amont d'un bief	16
3.5.2 Problème de l'inversion des vitesses	17
<b>4 VALIDATION DES ALGORITHMES</b>	17
<b>4.1 Description des tests effectués</b>	17
4.1.1 Géométries utilisées	17
4.1.2 Liste de tests	19
<b>4.2 Résultats et analyses</b>	19

4.2.1	Sensibilité à la géométrie	19
4.2.2	Tests à concentrations variables	20
4.2.3	Tests à débit variable	20
4.2.4	Sensibilité aux pas de discrétisation	20
4.2.5	Tests sur la diffusion et les échanges avec le fond	21
<b>4.3</b>	<b>Conclusions</b>	22
<b>5</b>	<b>CONCLUSION GENERALE</b>	22
	<b>Bibliographie</b>	23
	<b>Annexes</b>	24
	Annexe A : Lois d'équilibre, de chargement et de diffusion	25
	Annexe B : Exemple de fichier .SED et note explicative	27
	Annexe C : Listing des programmes	32
	Annexe D : Liste des tests effectués	44
	Annexe E : Résultats des tests	47

## **Remerciements**

Je tiens tout d'abord à remercier Jean-Pierre Baume pour m'avoir donné l'opportunité d'effectuer ce stage au sein de l'Unité de Recherche Irrigation à ses côtés, ainsi que pour ses conseils et son aide précieuse lorsque des problèmes entravaient ma progression.

Merci également à Gilles Belaud (ENSAM) pour les travaux préliminaires qu'il a effectués dans le choix et la programmation des différents modèles de transport solide, pour sa disponibilité dans le suivi de mes travaux et l'aide qu'il a pu m'apporter.

Merci à Pasacl Kosuth (IRD), actuellement au Brésil dans le cadre du projet HiBAm, de me permettre aujourd'hui d'appliquer mes travaux à une étude sur l'Amazone à ses côtés.

Merci enfin à l'ensemble du personnel du Cemagref Montpellier pour sa gentillesse et sa serviabilité.

# **INTRODUCTION GENERALE**

## **Présentation du Cemagref**

Le Cemagref est un établissement public de recherche employant 1000 personnes dont 450 ingénieurs et chercheurs et accueillant 100 thésards et 500 stagiaires de longue durée.

Il est sous la tutelle du ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche et du ministère de l'Agriculture et de la Pêche. Son action est consacrée à la recherche finalisée en agriculture et environnement, et contribue à la mutation des activités liées à l'agriculture, à l'agro-alimentaire et à l'environnement.

Le **Cemagref en Roussillon**, division la plus récente du Cemagref, est basé sur le site de Montpellier et est membre d'Agropolis, pôle international d'enseignement et de recherche. Il emploie 100 permanents dont 60 ingénieurs de recherche, et compte en son sein 20 à 25 thésard et 50 stagiaires.

Le Cemagref travaille en étroite collaboration avec des acteurs scientifiques (INRA, CNRS, CIRAD, IRD, CNES, ...), économiques, publics (DRAF, DDAF, DIREN, ADEME, ...) ainsi qu'avec des écoles (ENSAM, ENGREF, ENSAT, ENSEEIHT, ...) et des universités françaises (Montpellier II, Paul Sabatier, ...) ou étrangères.

Ses compétences se divisent en 4 unités de recherche :

- Irrigation
- GIQUAL : Génie Instrumental pour la Qualité Agro-alimentaire
- GEAF : Génie des Equipements Agricoles et Forestiers
- RIPE : Ressources Ichtyologiques en Plans d'Eau
- un laboratoire de télédétection commun avec l'ENGREF.

L'Unité de Recherche Irrigation qui m'a accueilli emploie 1 personnes qui font de la recherche dans 4 thèmes :

- Gestion hydraulique et automatique des ouvrages de transport et de distribution de l'eau
- Maîtrise de la conduite de l'irrigation gravitaire
- Aspects économiques de la gestion de l'eau
- Gestion intégrée et concertée de l'eau à l'échelle des bassins versants et périmètres irrigués

## **Présentation du stage**

Le stage dans lequel j'étais impliqué s'est déroulé au sein de l'Unité de Recherche Irrigation.

Il s'agissait de réaliser un programme Fortran de calcul du transport solide en régime transitoire, le but étant d'intégrer cette partie transport solide dans le logiciel de calcul hydraulique SIC (Simulation des Canaux d'irrigation) développé par le Cemagref.

Ce programme doit être appliqué à l'étude de l'Amazonie, au Brésil, avec l'IRD, dans le cadre du projet HiBAM réalisé en collaboration avec des acteurs brésiliens.

## **Cahier des charges**

Le programme doit remplir un certain nombre de fonctionnalités et de conditions :

- Calcul en régime transitoire
- Calcul des concentrations en sédiments et de la modification du lit
- Modèle 1D
- Possibilité de géométrie complexe : réseaux maillés
- Cas de l'inversion des vitesses
- Transport de plusieurs classes de sédiments
- Programmation de différentes lois d'équilibre et de chargement
- Prise en compte de la présence ou non de chaque classe dans le lit
- Interactions lit mineur/lit moyen ou majeur
- Possibilité d'apport extérieur de sédiments (vent, glissement des berges...)
- Possibilité d'une intervention humaine de curage

## **Notations**

A	Section mouillée
a	Epaisseur de la couche de charriage
B	Largeur au miroir
$A_i, B_i$	Coefficients du double balayage de Choleski
C	Concentration en sédiments de la classe considérée
$C^*$	Concentration d'équilibre (ou capacité de transport)
$C_{ch}^*$	Concentration d'équilibre obtenue par charriage seul
$C_{sus}^*$	Concentration d'équilibre des sédiments en suspension
Ch	Coefficient de Chézy
Cr	Nombre de courant
$C_X$	Dérivée de la concentration en sédiments ( $\partial C / \partial x$ )
D	Coefficient de diffusion
d	Diamètre des sédiments de la classe considérée
$d^*$	Diamètre sédimentologique
dt	Pas de temps dans les discrétisations
dx	Pas d'espace
g	Accélération de la pesanteur
h	Hauteur d'eau
J	Perte de charge linéaire
K	Coefficient de Stickler
L	Longueur (d'un bief)
$L_A$	Longueur d'adaptation
p	Porosité
Pe	Nombre de Peclet
Q	Débit hydraulique
q	Débit hydraulique par unité de largeur
$q_I$	Infiltration : débit infiltré par unité de longueur
$Q_S$	Débit solide
$q_{SL}$	Débit solide d'apport latéral par unité de longueur
S	Section solide
s	Densité des sédiments ( $\rho_s / \rho$ )
U	Vitesse moyenne de l'écoulement dans une section
$U_{cr}^*$	Vitesse critique d'arrachement des sédiments
u	Vitesse de frottement
W	Vitesse de chute des sédiments en suspension
$x_i$	Inconnue concentration dans la section i

### Variables grecques :

$\alpha$	Coefficient dans l'interpolation d'Akima pour la méthode des caractéristiques
$\alpha_i, \beta_i, \gamma_i, \delta_i$	Coefficients de l'équation du transport solide discrétisée
$\nu$	Viscosité cinématique du fluide
$\rho$	Masse volumique du fluide
$\rho_s$	Masse volumique des sédiments
$\theta$	Coefficient d'implication temporelle
$\tau_0$	Frottement pariétal

# **1 DONNEES DU PROBLEME**

## **1.1 Données hydrauliques**

Le calcul du transport solide nécessite bien évidemment la connaissance de l'ensemble des données hydrauliques du problème. C'est pourquoi le calcul du transport solide a été placé après le calcul hydraulique à chaque pas de temps.

## **1.2 Données liées au transport solide**

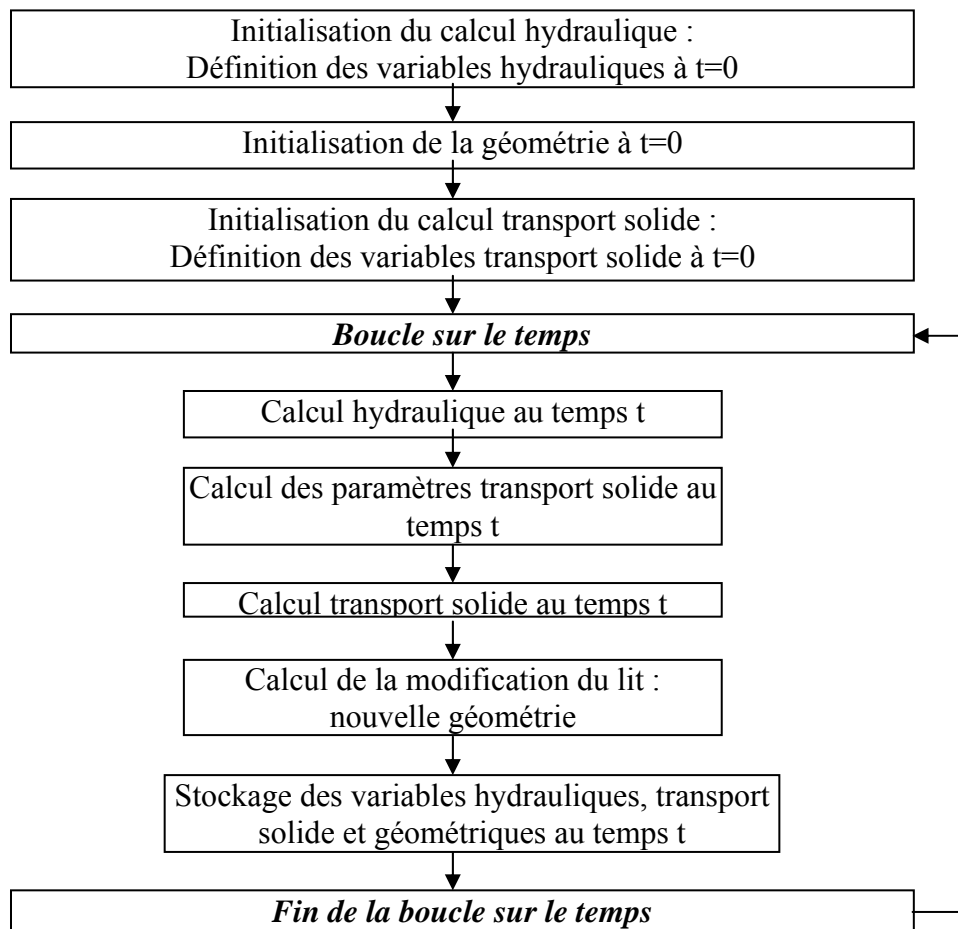
Les données nécessaires au calcul du transport solide peuvent, selon les cas, soit être fixées par l'utilisateur, soit être calculées à partir des données hydrauliques, auquel cas elles obéissent à des lois, des modèles que l'utilisateur doit choisir.

Toutes les données nécessaires sont réunies dans un fichier dont l'extension est .SED.

Un exemple de fichier .SED est fourni en annexe, ainsi qu'une note explicative des différentes données qu'il contient.

## **1.3 Position générale du programme dans SIC**

La structure générale de SIC est donc la suivante :





## **2 MODELE PHYSIQUE**

### **2.1 Equations du transport solide**

#### ***2.1.1 Formulation conservative***

L'équation de convection – diffusion, avec ajout de termes sources (ou d'échanges) s'écrit :

$$\frac{\partial(AC)}{\partial t} + \frac{\partial(QC)}{\partial x} - \frac{\partial}{\partial x} \left( AD \frac{\partial C}{\partial x} \right) = \frac{Q}{L_A} (C^* - C) + q_{SL} + C.q_I$$

On reconnaît la partie convection – diffusion classique, analogue à d'autres problèmes.

Les termes du second membre correspondent respectivement :

- aux échanges avec le lit (érosion si  $C$  est inférieure à la concentration d'équilibre  $C^*$ , dépôt dans le cas contraire)
- aux apports latéraux de sédiments (vent, glissement des berges ...)
- au dépôt de sédiments dû à l'infiltration dans le lit

Cette équation correspond à la formulation de base dite conservative car elle assure la conservation du débit solide.

#### ***2.1.2 Formulation non conservative***

En injectant dans l'équation précédente l'équation de continuité hydraulique :

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0, \text{ on obtient la formulation dite non conservative :}$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left( AD \frac{\partial C}{\partial x} \right) = \frac{U}{L_A} (C^* - C) + \frac{q_{SL}}{A} + \frac{C.q_I}{A}$$

C'est cette formulation qui a été retenue car la formulation conservative conduisait, à débit variable, à des instabilités dues à une incompatibilité des discrétisations hydrauliques et transport solide. Un calcul simple montre en effet que les deux équations ne sont consistantes à l'ordre 2 que si le débit hydraulique est constant.

### **2.2 Modification du lit**

#### ***2.2.1 Equation***

L'équation de modification de la section solide (section fictive complémentaire de la section mouillée) s'écrit :

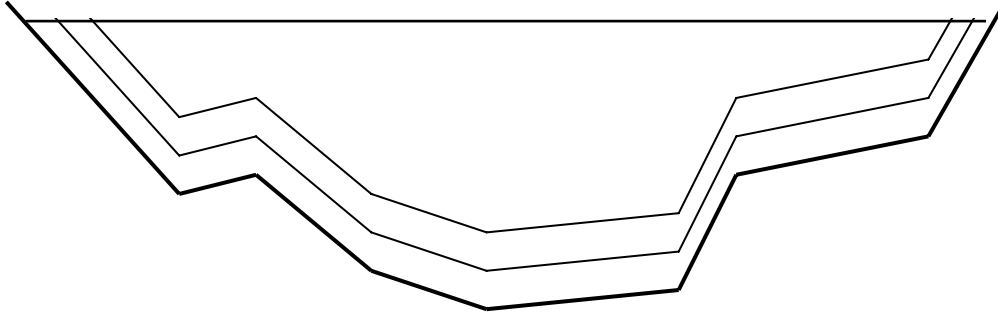
$$\frac{\partial S}{\partial t} = - \frac{1}{1-p} \left( Q \frac{\partial C}{\partial x} + C.q_I \right)$$

#### ***2.2.2 Conséquences sur la géométrie du lit***

L'érosion ou le remblai du lit se traduit par une modification de la cote du fond. Néanmoins l'érosion du lit est limitée à une certaine épaisseur, à l'intérieur de la couche active. En dessous de cette couche active le fond est fixe (roche).

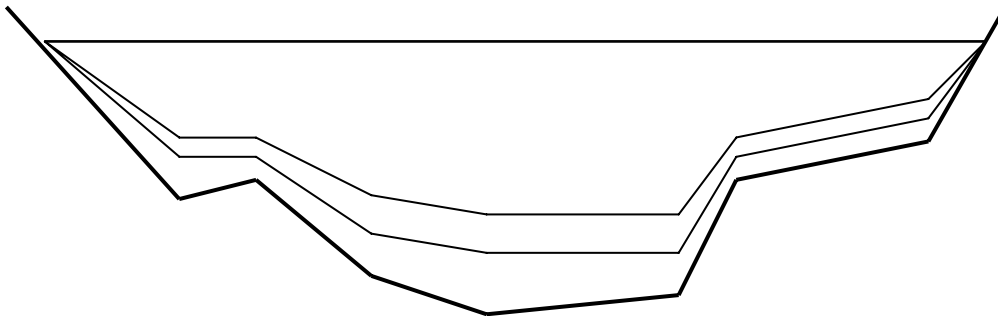
Cette partie n'a pas encore été programmée mais deux options sont envisagées :

### Répartition uniforme :



La forme du lit n'est pas modifiée. Les couches de dépôt s'empilent uniformément (i.e. avec la même épaisseur) sur tout le fond.

### Répartition proportionnelle à la hauteur d'eau :



Cette option conduit à un « lissage » des irrégularités du lit.

## **2.3 Modèles**

### ***2.3.1 Les différentes classes de sédiments***

La présence en suspension et dans le lit de différentes classes de sédiments ayant éventuellement un comportement spécifique a été envisagée.

Chaque classe est définie par un diamètre inférieur et un diamètre supérieur (fourchette de tailles de sédiments), ainsi que par le pourcentage, parmi l'ensemble des sédiments, de grains appartenant à cette classe.

La masse volumique des sédiments est considérée constante pour toutes les classes.

Dans un premier temps les calculs sont menés indépendamment pour chaque classe, en ne prenant pas en compte les interactions possibles entre classes.

### ***2.3.2 Lois de chargement***

La longueur d'adaptation  $L_A$ , qui caractérise la distance nécessaire au chargement en sédiments (ou au dépôt), peut être calculée selon différents modèles expérimentaux.

Ils sont explicités en annexe.

### 2.3.3 Lois d'équilibre

La concentration d'équilibre  $C^*$ , ou capacité de transport, est la concentration pour laquelle les échanges entre le cours d'eau et son lit sont nuls. Il y a alors saturation en sédiments.

Là aussi les différentes lois programmées sont disponibles en annexe.

### 2.3.4 Coefficient de diffusion

Différentes options ont été programmées.  $D$  peut être choisi nul ou constant sur tout le modèle, ou calculé par la loi de Thackston-Krenkel en fonction des variables hydrauliques.

Cette loi est explicitée en annexe.

## 3 DESCRIPTION DES SCHEMAS NUMERIQUES PROGRAMMES

### 3.1 Choix des schémas

Le choix se fera exclusivement parmi des méthodes aux différences finies, utilisant ou non la méthode des caractéristiques, car ils sont les mieux adaptés à la résolution de l'équation d'advection - diffusion.

Ce choix se fera en fonction des caractéristiques particulières au transport solide en régime fluvial, à savoir :

- diffusion faible, donc Peclet important
- vitesses inférieures à 5 m/s
- variations longitudinales et temporelles de concentration lentes (pas de pic de concentration)
- plage de longueurs et de temps de simulation (donc de  $dx$  et  $dt$ ) très étendue

Le premier critère considéré est la stabilité.

Les schémas explicites sont conditionnellement stables, sous la condition nécessaire mais pas toujours suffisante :  $Cr = U \cdot dt/dx \leq 1$ .

A  $dx$  fixé cette condition impose donc de choisir un  $dt$  assez petit, ce qui pourrait conduire à des temps de calcul démesurément grands pour des simulations au long terme (rappelons que dans le cadre de l'étude sur l'Amazone, les simulations pourront être effectuées sur plusieurs milliers d'années).

A  $dt$  fixé, au contraire, cette condition impose de choisir un  $dx$  suffisamment grand, ce qui peut conduire à une perte de précision non négligeable.

En termes de précision, on sait que pour ce type de schéma (voir thèse de Laure Simon) les résultats deviennent bons pour les nombres de courant proches de l'unité. La vitesse variant longitudinalement et dans le temps, ceci imposerait de choisir des  $dx$  variables, ce qui est difficilement réalisable.

Notre choix se fera donc parmi les schémas purement implicites (tous inconditionnellement stables) ou sur des schémas semi-implicites qui soient inconditionnellement stables.

Tout d'abord nous avons programmé un schéma aux différences finies implicite classique de type Crank-Nicholson, connu pour son bon fonctionnement dans la résolution des équations de convection - diffusion. Ce schéma est d'ailleurs celui utilisé dans la partie hydraulique de SIC, même si le mode de discrétisation y est légèrement différent.

Nous verrons ultérieurement que ce schéma fournit d'excellents résultats dans la majorité des

cas. Cependant il engendre une diffusion numérique importante, ce qui est rédhibitoire dans le cas de variations longitudinales de concentration, même lentes, surtout quand ces variations ne sont pas monotones.

Nous avons donc également programmé un schéma utilisant la méthode des caractéristiques. En effet, ces schémas sont généralement les plus précis et les plus robustes. Ils donnent des résultats satisfaisant même dans le cas de propagations de pics de concentration.

Cependant, ce type de schéma présente des inconvénients.

Tout d'abord l'algorithme de remontée de la courbe caractéristique de l'écoulement est très coûteux en temps.

Ensuite des difficultés apparaissent dans le calcul des sections les plus à l'amont des biefs. Nous verrons ensuite qu'un second balayage permettant d'accéder à une condition dans le temps (et non une condition amont) est alors nécessaire.

Enfin, dans la version la plus rigoureuse de ce type de schéma (Holly-Preissmann) l'interpolation d'Akima permettant le calcul de la concentration (une fois la remontée de la caractéristique effectuée) nécessite la connaissance des valeurs de  $dC/dx$  en toute section de calcul. Ceci implique donc le calcul d'une seconde variable à chaque pas de temps (donc un temps de calcul encore augmenté) mais surtout l'introduction d'une seconde condition limite amont sur la valeur de  $dC/dx$ . Or cette dernière condition est généralement inconnue lorsque l'on veut simuler un cours d'eau existant (les données disponibles sont en général des chroniques ponctuelles de concentrations).

C'est pourquoi nous avons programmé une version simplifiée du schéma de Holly-Preissmann (appelé HOP dans la thèse de Laure Simon), dans laquelle  $dC/dx$  n'est pas calculé mais estimé par différences finies.

### **3.2 Discrétisation des différents termes de l'équation du transport solide**

Le schéma choisi est un schéma aux différences finies centré, à 3 points par pas de temps (i.e. 6 points en tout). En effet la présence d'une dérivée seconde dans l'expression du terme de diffusion de l'équation impose l'introduction de 3 points au minimum.

Il s'agit d'un schéma semi-implicite. Nous avons choisi d'introduire un coefficient d'implication  $\theta$  pour pouvoir jouer sur le degré d'implication du schéma, dans la limite  $\theta \geq 0.5$  ( $\theta=1$  : schéma purement implicite,  $\theta=0.5$  implication de type Crank-Nicholson). Néanmoins le schéma sera utilisé dans la grande majorité des cas avec  $\theta=0.5$ , valeur pour laquelle les résultats sont les plus précis en théorie.

Dérivée temporelle :

$$\frac{C_i^{n+1} - C_i^n}{dt}$$

Terme convectif :

$$\frac{\theta U_i^{n+1} (C_{i+1}^{n+1} - C_{i-1}^{n+1}) + (1 - \theta) U_i^n (C_{i+1}^n - C_{i-1}^n)}{x_{i+1} - x_{i-1}}$$

Terme diffusif :

$$\begin{aligned}
& -\frac{\theta}{A_i^{n+1}} \left[ \left( A_i^{n+1} D_i^{n+1} + A_{i+1}^{n+1} D_{i+1}^{n+1} \right) \left( \frac{C_{i+1}^{n+1} - C_i^{n+1}}{x_{i+1} - x_i} \right) - \left( A_i^{n+1} D_i^{n+1} + A_{i-1}^{n+1} D_{i-1}^{n+1} \right) \left( \frac{C_i^{n+1} - C_{i-1}^{n+1}}{x_i - x_{i-1}} \right) \right] \frac{1}{x_{i+1} - x_{i-1}} \\
& -\frac{(1-\theta)}{A_i^n} \left[ \left( A_i^n D_i^n + A_{i+1}^n D_{i+1}^n \right) \left( \frac{C_{i+1}^n - C_i^n}{x_{i+1} - x_i} \right) - \left( A_i^n D_i^n + A_{i-1}^n D_{i-1}^n \right) \left( \frac{C_i^n - C_{i-1}^n}{x_i - x_{i-1}} \right) \right] \frac{1}{x_{i+1} - x_{i-1}}
\end{aligned}$$

Termes d'échanges :

$$\begin{aligned}
& \theta \frac{U_i^{n+1}}{L_{Ai}^{n+1}} (C_i^{*n+1} - C_i^{n+1}) + (1-\theta) \frac{U_i^n}{L_{Ai}^n} (C_i^{*n} - C_i^n) \\
& + \theta \frac{q_{SLi}^{n+1}}{A_i^{n+1}} + (1-\theta) \frac{q_{SLi}^n}{A_i^n} + \theta C_i^{n+1} \frac{q_{Li}^{n+1}}{A_i^{n+1}} + (1-\theta) C_i^n \frac{q_{Li}^n}{A_i^n}
\end{aligned}$$

### 3.3 Conditions aux limites

Pour le calcul de chaque bief la condition limite amont retenue est une condition de type Dirichlet de concentration imposée. Une condition de Neumann de flux imposé est envisageable mais dans la majorité des cas les données disponibles fournissent des valeurs de concentration.

La condition aval choisie est de considérer que la diffusion est nulle sur la dernière maille de calcul. Cela revient à exprimer l'égalité des termes convectif et d'échanges. La discrétisation choisie pour le calcul de la dernière section est légèrement différente : nous avons choisi un schéma centré sur le centre de maille.

### 3.4 Algorithmes de résolution

Le listing des deux algorithmes retenus est disponible en annexes.

#### 3.4.1 Crank-Nicholson

Notons N le nombre de sections du bief courant. On a donc N inconnues constituées des concentrations en sédiments de la classe considérée dans chacune des sections de calcul.

Nous sommes en présence d'un système de N-2 équations provenant de la discrétisation de l'équation de transport solide (elles lient la concentration dans la section i aux concentrations dans les sections i-1 et i+1), fermé par les deux conditions aux limites :

$$\begin{cases}
AX = B & (S) \\
x_1 = C_{\text{amont}} & (CL1) \\
ax_{ns-1} + bx_{ns} = d & (CL2)
\end{cases} \quad \text{où } A \text{ est tridiagonale.}$$

La méthode de résolution choisie est celle du double balayage (ou méthode de Choleski), la mieux adaptée à l'inversion des matrices tridiagonales :

Balayage aller :

On écrit (CL1) sous la forme  $x_1 = A_1 x_2 + B_1$  ( $E_1$ ) avec  $A_1=0$  et  $B_1=C_{\text{amont}}$ .

La première équation de (S) est de la forme  $\alpha_2 x_1 + \beta_2 x_2 + \gamma_2 x_3 = \delta_2$ ,

en injectant ( $E_1$ ) et en posant  $A_2 = -\frac{\gamma_2}{\alpha_2 A_1 + \beta_2}$  et  $B_2 = \frac{\delta_2 - \alpha_2 B_1}{\alpha_2 A_1 + \beta_2}$ , on peut l'écrire :

$$x_2 = A_2 x_3 + B_2 \quad (E_2)$$

De manière itérative on donne ainsi naissance à N-1 équations ( $E_i$ ) :  $x_i = A_i x_{i+1} + B_i$  ( $1 \leq i \leq$

N-1) par les relations de récurrence  $A_i = -\frac{\gamma_i}{\alpha_i A_{i-1} + \beta_i}$  et  $B_i = \frac{\delta_i - \alpha_i B_{i-1}}{\alpha_i A_{i-1} + \beta_i}$ .

La combinaison de (E<sub>N-1</sub>) et de (CL2) fournit alors directement la valeur de x<sub>N</sub>, concentration à l'aval du bief.

#### Balayage retour :

Le balayage retour est alors amorcé.

On calcul pas à pas les concentrations x<sub>i</sub>, N-1 ≥ i ≥ 2 en utilisant les équations (E<sub>i</sub>) et les coefficients A<sub>i</sub> et B<sub>i</sub> calculés lors du balayage aller.

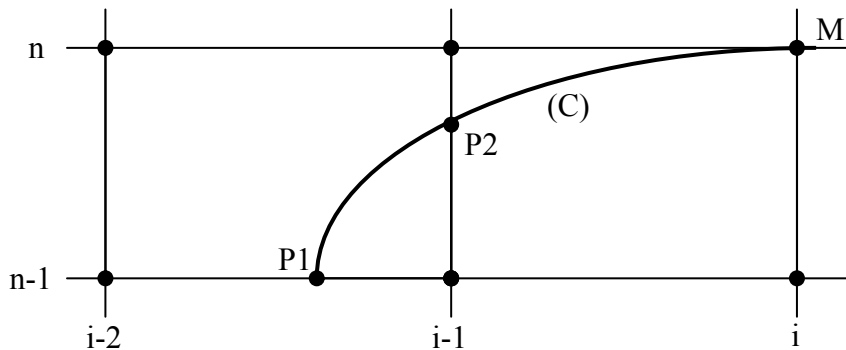
### **3.4.2 Holly-Preissmann**

Ce schéma se caractérise par un calcul séparé des concentrations induites par les termes de convection, de diffusion et d'échanges.

Les termes diffusif et d'échanges sont calculés dans un premier temps par la même méthode que précédemment (Crank-Nicholson). On obtient alors une nouvelle distribution de concentrations sur laquelle sera calculée la convection par une méthode de Holly-Preissmann simplifiée (HOP).

#### Méthode de HOP :

Il s'agit d'un schéma utilisant la méthode des caractéristiques, basée sur le suivi des particules fluides au cours de leur mouvement. L'application d'un tel schéma pour le calcul du transport solide se base sur l'hypothèse que les particules solides sont solidaires des particules fluides au cours du mouvement.



Pour calculer la valeur de la concentration au temps t dans la section i (point M) il faut rechercher où se situaient antérieurement les particules fluides présentes à cet endroit et à cet instant. La détermination du lieu (point P) de ces particules fluides se fait en remontant la courbe caractéristique (C) de l'écoulement par un algorithme de Runge-Kutta. La concentration recherchée se déduira alors directement des valeurs de la concentration et de sa dérivée spatiale au pied de la caractéristique.

Equation de la caractéristique :  $\frac{\partial x}{\partial t} = U(x, t)$

Sur le croquis ci-dessus on constate que, pour les nombres de courant supérieurs à l'unité, la caractéristique traverse plusieurs mailles.

L'algorithme a été programmé de la manière suivante :

Si la caractéristique coupe le temps n-1 sans sortir du bief, on calculera le point M à partir du point P<sub>1</sub>.

En revanche si la caractéristique coupe la section d'entrée du bief en P<sub>2</sub>, on calculera le point M à partir du point P<sub>2</sub>.

Algorithme de remontée de la caractéristique: Méthode de **Runge-Kutta** d'ordre 4 à pas multiples.

Dans un premier temps on effectue une intégration sur le temps. On a donc :

$$x_M - x_{P_1} = \int_{t_{n-1}}^{t_n} U(x, t) dt$$

Notons N le nombre de pas choisi pour l'application de la méthode de Runge-Kutta et posons  $dt_{RK} = dt/N$

On détermine alors  $x_1, x_2, \dots, x_N = x_{P_1}$  à partir de  $x_0 = x_M$  en itérant de  $i=0$  à  $N-1$  la relation :

$$x_{i+1} = x_i - \frac{dt_{RK}}{6} \left[ U(x_i, t_i) + 2U(\hat{x}_{i+1/2}, t_{i+1/2}) + 2U(\hat{\hat{x}}_{i+1/2}, t_{i+1/2}) + U(\hat{x}_{i+1}, t_{i+1}) \right]$$

$$\text{où } \hat{x}_{i+1/2} = x_i - \frac{dt_{RK}}{2} U(x_i, t_i)$$

$$\hat{\hat{x}}_{i+1/2} = x_i - \frac{dt_{RK}}{2} U(\hat{x}_{i+1/2}, t_{i+1/2})$$

$$\hat{x}_{i+1} = x_i - dt_{RK} \cdot U(\hat{\hat{x}}_{i+1/2}, t_{i+1/2})$$

Remarque : Les vitesses sont interpolées entre les sections selon la méthode suivante :

Les débits et les sections mouillées, grandeurs issues du calcul hydraulique, sont interpolés linéairement tant dans l'espace (entre 2 sections de calcul) que dans le temps (entre 2 pas de temps). Le rapport de ces deux grandeurs fournit alors la vitesse.

En se référant au schéma ci-dessus, si P<sub>1</sub> est dans le bief on pose alors :

$$\alpha = (x_{i-1} - x_{P_1}) / (x_{i-1} - x_{i-2})$$

Puis on utilise la formule d'**interpolation d'Akima** pour en déduire :

$$C(M) = C(P_1) = a.C_{i-2}^{n-1} + b.C_{i-1}^{n-1} + d.C_{x_{i-2}}^{n-1} + e.C_{x_{i-1}}^{n-1} \quad \text{où}$$

$$a = \alpha^2(3 - 2\alpha)$$

$$b = 1 - a$$

$$d = \alpha^2(1 - \alpha)dx$$

$$e = -\alpha(1 - \alpha)^2 dx$$

Sinon la caractéristique intercepte la section amont du bief en P<sub>2</sub>. Il faut alors déterminer la position exacte de ce point en effectuant un second balayage de la caractéristique non plus sur le temps mais sur l'espace.

On pose alors  $dx_{RK} = (x_i - x_{i-1})/N$  et on détermine  $t_1, t_2, \dots, t_N$  à partir de  $t_0 = t_M$  par

$$t_{i+1} = t_i - \frac{dx_{RK}}{6} \left[ \frac{1}{U(x_i, t_i)} + \frac{2}{U(x_{i+1/2}, \hat{t}_{i+1/2})} + \frac{2}{U(x_{i+1/2}, \hat{\hat{t}}_{i+1/2})} + \frac{1}{U(x_{i+1}, \hat{t}_{i+1})} \right]$$

$$\text{où } \hat{t}_{i+1/2} = t_i - \frac{dx_{RK}}{2 \cdot U(x_i, t_i)}$$

$$\hat{\hat{t}}_{i+1/2} = t_i - \frac{dx_{RK}}{2 \cdot U(\hat{x}_{i+1/2}, t_{i+1/2})}$$

$$\hat{t}_{i+1} = t_i - \frac{dx_{RK}}{U(\hat{x}_{i+1/2}, t_{i+1/2})}$$

on itère ce processus sur chaque maille traversée jusqu'à ce qu'on arrive sur la section d'entrée du bief, en repartant à chaque fois de la dernière valeur du temps calculée  $t_N$ . La dernière valeur obtenue est alors  $t_{p2}$ .

*Remarque* : on itère  $N$  fois sur chaque maille traversée par la caractéristique pour conserver une précision maximale. Néanmoins, pour des vitesses lentement variables on pourrait se contenter de  $N$  itérations sur l'ensemble des mailles traversées.

On pose alors :  $\alpha = (t_M - t_{p2})/dt$

Puis on en déduit (notations toujours conformes au schéma) :

$$C(M) = C(P_1) = a \cdot C_{i-1}^{n-1} + b \cdot C_{i-1}^n + d \cdot C_{X_{i-1}}^{n-1} + e \cdot C_{X_{i-1}}^n \quad \text{où}$$

$$a = \alpha^2(3 - 2\alpha)$$

$$b = 1 - a$$

$$d = \alpha^2(1 - \alpha)\bar{U}dt$$

$$e = -\alpha(1 - \alpha)^2\bar{U}dt$$

$\bar{U}$  est la vitesse moyenne le long de la caractéristique entre  $M$  et  $P$ . On l'approximera par la demi somme des vitesses en ces points.

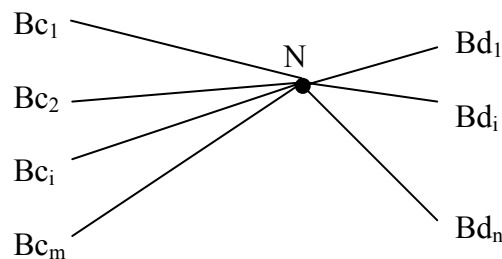
### 3.5 Traitement de problèmes particuliers

#### 3.5.1 *Calcul de la concentration amont d'un bief*

Pour les biefs amont du modèle la concentration à l'entrée du bief est une condition limite donnée du problème lue dans le fichier .SED.

Pour les autres biefs, cette concentration doit être calculée.

Les rang de calcul des biefs est attribué dans SIC de manière à ce que les calculs aient déjà été effectués dans tous les biefs confluant au nœud  $N$  :





On détermine les débits hydrauliques et solides au nœud N en les sommant sur les biefs confluents :  $Q_N = Q_{c1} + \dots + Q_{cm}$  et  $Q_{SN} = Q_{c1}C_{c1} + \dots + Q_{cm}C_{cm}$   
 On en déduit la concentration au nœud N :  $C_N = Q_{SN}/Q_N$   
 C'est aussi la concentration à l'amont des biefs défluents :  $C_{amont_{di}} = C_N, \forall i$   
 On a la possibilité d'introduire une pondération si la répartition transversale des sédiments n'est pas uniforme.

### 3.5.2 Problème de l'inversion des vitesses

Ce problème n'est pour l'heure pas entièrement résolu. Néanmoins des solutions ont été envisagées :

#### Schéma de Crank-Nicholson :

A chaque section on effectue un test sur le sens de la vitesse.

Quand il y a inversion ( $U < 0$ ) on injecte la condition limite aval donc on peut calculer les concentrations dans les sections situées à l'amont de la section d'inversion.

Puis on reprend le calcul depuis l'aval du bief, en inversant le sens de calcul. Une condition de Dirichlet à l'aval est donc nécessaire.

#### Schéma de HOP :

En ce qui concerne le terme convectif l'algorithme de la méthode des caractéristiques autorise les vitesses négatives.

Cependant si la vitesse est négative dans les sections aval du bief, une condition de Dirichlet aval est ici aussi nécessaire.

Cependant ces solutions ne couvrent pas l'ensemble des cas possibles et peuvent se heurter à des difficultés de mise en œuvre.

En effet la condition de Dirichlet aval n'est pas nécessairement disponible.

La solution envisagée pour le schéma de Crank-Nicholson n'autorise qu'une inversion de vitesse par bief et, de plus, la vitesse doit nécessairement être positive à l'entrée du bief. Il faut en revanche noter qu'avec le schéma de HOP le calcul du terme convectif peut être effectué dans tous les cas (à condition de disposer des valeurs des concentrations aux deux extrémités).

Enfin, à l'échelle du modèle global, la présence de vitesses négatives impose de redéfinir le rang de calcul de tous les biefs. En effet la détermination de la concentration au(x) nœud(s) par le(s)quel(s) entre le débit nécessite le calcul préalable dans tous les biefs contribuant à ce débit.

## 4 VALIDATION DES ALGORITHMES

### 4.1 Description des tests effectués

#### 4.1.1 Géométries utilisées

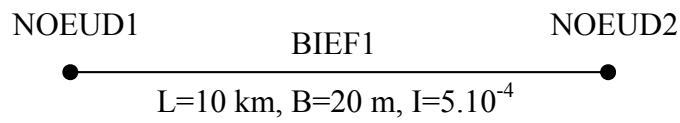
Tous les types de branchement de biefs ont été testés : diffluences, convergences et mailles.

Tous les biefs utilisés ont une section rectangulaire.

Ils sont définis par leur longueur L, leur largeur B et leur pente I.

Voici la liste des géométries testées :

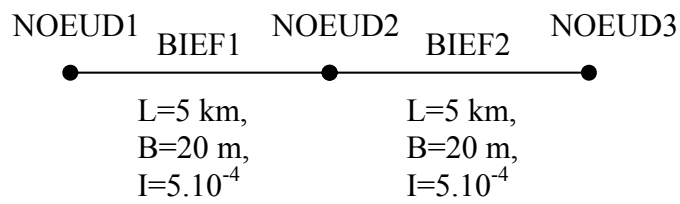
Géométrie 1 :  $dx=200$  m



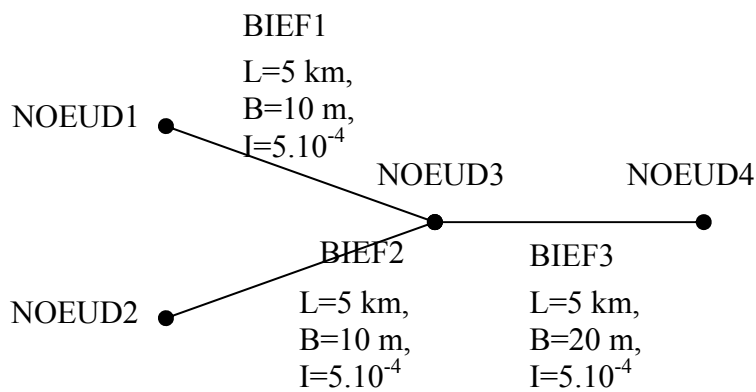
Géométrie 1.1 :  $dx=1000$  m

Géométrie 1.2 :  $dx=50$  m

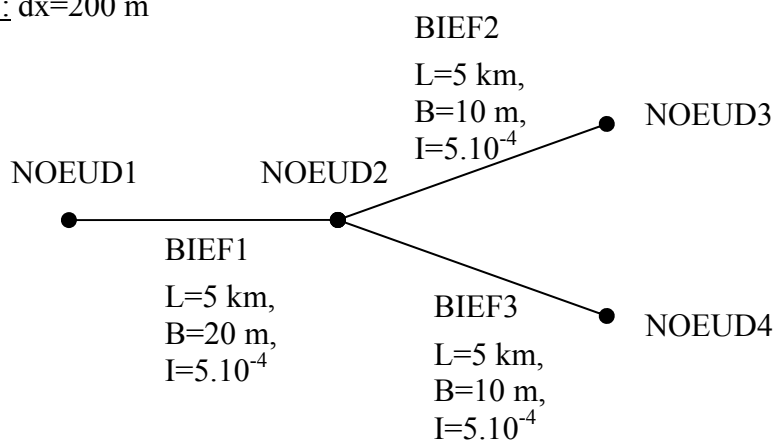
Géométrie 2 :  $dx=200$  m



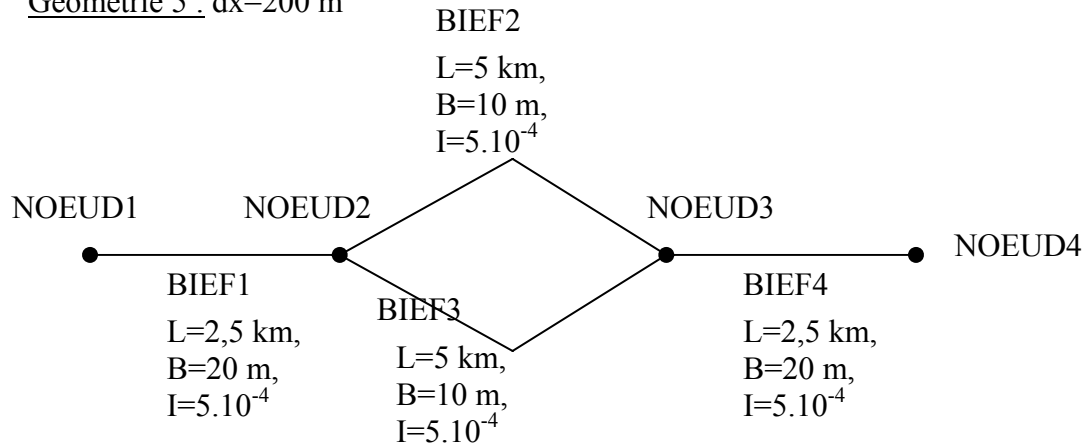
Géométrie 3 :  $dx=200$  m



Géométrie 4 :  $dx=200$  m



Géométrie 5 :  $dx=200$  m



#### 4.1.2 Liste des tests

Un tableau récapitulatif de tous les tests effectués est disponible en annexe.

Les tests ont été effectués en utilisant les différentes géométries explicitées plus haut en faisant varier :

- La répartition initiale en concentration
- La condition limite amont en concentration
- Le débit hydraulique à l'amont
- Les pas de discrétisation en espace ( $dx$ ) et en temps ( $dt$ )
- Le coefficient de diffusion
- Les lois d'équilibre et de chargement

## 4.2 Résultats et analyses

Les graphes retraçant l'ensemble des résultats obtenus sont fournis en annexe.

### 4.2.1 Sensibilité à la géométrie

tests n° 1, 2, 3, 4 et 5

Quelle que soit la géométrie, dans le cas d'une concentration constante tant dans l'espace que dans le temps les deux schémas programmés fournissent des résultats sensiblement identiques.

Dans le cas le plus simple du test 1 (un seul bief), on observe grossièrement (courbe de tendance) que l'erreur relative sur la concentration augmente linéairement avec l'abscisse de la section considérée.

En revanche cette erreur reste constante dans le temps, ce qui est un excellent résultat.

Ainsi, d'une erreur nulle à l'amont (ce qui est normal puisqu'on y impose la valeur de la concentration) on atteint une erreur relative de l'ordre de  $10^{-5}$  à l'aval après 10 km, ce qui est tout à fait acceptable étant donné que seulement 51 sections de calcul ont ici été utilisées.

Pour les tests 2, 3, 4 et 5 le comportement de l'erreur sur la concentration est tout à fait similaire.

De plus on obtient des erreurs quasi identiques, ce qui prouve que le programme n'est pas sensible aux modifications de géométrie qui en théorie ne doivent s'accompagner d'aucune modification des concentrations calculées. En particulier la présence de branchements multiples (i.e. de nœuds connectant au moins 3 biefs, de mailles) ne détériore pas la précision du calcul. Ce

résultat est encore une fois pleinement satisfaisant.

#### **4.2.2 Tests à concentrations variables**

**tests n° 6.1, 6.2, 6.3 et 6.4**

##### Schéma de Crank-Nicholson :

A concentration variable les effets de la diffusion numérique, qui est non négligeable pour le schéma de Crank-Nicholson détériorent les résultats de manière significative.

On obtient des résultats similaires lorsque les variations sont spatiales (imposées par les conditions initiales) ou temporelles (imposées par la condition limite amont) : en effet le profil est déformé de manière comparable et, après 1 heure de simulation, l'écèlement de la valeur maximale de concentration est de 6.5% pour le test 6.2 et de 5.5% pour le test 6.3 alors que les variations imposées ont été choisies de manière à obtenir un profil de concentrations quasi identique dans les deux cas.

Le facteur caractéristique de l'importance de la diffusion numérique semble être la rapidité des variations, ou plus précisément la valeur des ruptures de pente en concentration (discontinuités de la dérivée première de la concentration).

Ainsi, lors des tests de propagation de « pics » de concentration (variations lentes toutefois), après 1 heure de simulation on passe d'un écèlement de 5.5% (test 6.3) à un écèlement de 11% (test 6.4) pour des variations 2,5 fois plus rapides.

La comparaison des tests 6.3 et 6.5 nous apprend la simulation fournit des résultats bien meilleurs lorsque les variations de concentration sont progressives (ruptures de pente faibles). En effet la répartition initiale est beaucoup moins déformées lors du test 6.5, où la valeur du pic subit un dépassement de 1% après 1 heure, que lors du test 6.3 (écèlement de 5.5%).

##### Schéma de HOP :

Ce schéma fournit des résultats nettement meilleurs. Il n'engendre quasiment aucune diffusion numérique.

En effet le test le plus sévère (test 6.4) est correctement simulé puisqu'on obtient une distribution très peu déformée et un écèlement du maximum de 3% seulement (contre 11% avec Crank-Nicholson).

Des légers dépassements à l'amont du pic peuvent être facilement gommés en adaptant la condition limite à l'amont concernant  $dC/dx$ .

#### **4.2.3 Tests à débit variable**

**tests n° 7.1, 7.2, 7.3 et 7.4**

Là aussi les deux schémas fournissent des résultats similaires.

Aux discontinuité de variation de débit l'erreur relative sur la concentration croît mais est peu à peu absorbée.

On constate que globalement l'erreur n'excède pas les valeurs obtenues à débit constant, ce qui prouve que les deux schémas programmés sont robustes aux variations de débit.

#### **4.2.4 Sensibilité aux pas de discrétisation**

**tests n° 8.1, 8.2, 8.3, 8.4, 8.5, 8.6, 9.1 et 9.2**

La sensibilité aux pas de discrétisation dépend, à concentrations ou débits variables, de la bonne définition des phénomènes physiques.

Ainsi pour une simulation dont les grandeurs sont variables dans le temps, le  $\Delta t$  doit rester

suffisamment faible pour détecter toutes les variations. Il en est de même du  $\Delta x$  dans le cas de grandeurs variables spatialement.

En ce qui concerne le schéma de Holly-Preissmann, pour la partie convective, dès lors que les pas de discrétisation sont choisis suffisamment faibles pour retranscrire correctement les phénomènes physiques, les résultats sont insensibles aux pas choisis, par définition de la méthode des caractéristiques.

En revanche le schéma de Crank-Nicholson est sensible à ces paramètres.

#### Influence du $\Delta t$ :

Les tests 8.1, 8.2 et 8.3 réalisés à concentrations et débits constants avec un temps final de 10 jours et des pas de temps croissants (de 10 mn à 6 heures), montrent que les résultats ne sont pas détériorés par les grands pas de temps. L'erreur relative finale demeure sensiblement égale à celle obtenue lors du test 1.

Lors du test 8.4 (équivalent du test 6.3 avec  $\Delta t=1$  mn au lieu de 10 mn) on constate logiquement que la forme de la distribution des concentrations est nettement mieux conservée qu'avec un pas de temps 10 fois supérieur. L'écèlement du pic est également amoindri (3.5% après 1 heure au lieu de 5.5%).

Le test 8.5 ( $\Delta t=1$  heure), au contraire, fournit des résultats détériorés : écèlement de 12% et distribution déformée. C'est le seul test qui ait été effectué avec Holly-Preissmann et on constate que les résultats sont toujours très bons, exception faite de l'imperfection qui apparaît à l'amont du pic, et que l'on peut gommer, on l'a vu, en modifiant la condition limite amont sur  $dC/dx$ .

Le test 8.6 montre que la valeur de  $\Delta t$  ne semble pas jouer un rôle important dans la description des variations de débit.

#### Influence du $\Delta x$ :

Le test 9.2, réalisé avec  $\Delta x=50$  m (au lieu de 200m pour le test 6.3) indique que les performances du schéma Crank-Nicholson ne sont pas améliorées par des pas d'espace plus réduits. La distribution obtenue conserve la même allure générale et l'écèlement n'est pas réduit (5.5% toujours).

En revanche un pas d'espace trop grand (1000 m test 9.1) conduit à une détérioration des résultats : on a un écèlement de 9% environ et l'allure de la distribution se désagrége au fil des itérations.

### **4.2.5 Tests sur la diffusion et les échanges avec le fond**

#### Diffusion : test 10

Le phénomène de diffusion est bien modélisé par les 2 schémas. On a bien étalement et écèlement du pic de concentration.

Il faut cependant noter que les résultats sont détériorés avec Crank-Nicholson pour les coefficients de diffusion démesurément grands ( $D=1000 \text{ m}^2/\text{s}$ ). Toutefois cette valeur est fantasmagorique car trop grande pour correspondre à une situation physique réelle, dans le cadre du transport solide.

#### Echanges avec le fond : tests 11, 12 et 13

Les échanges de sédiments avec le lit sont également correctement décrits.

En érosion l'eau se charge peu à peu en sédiments pour atteindre une concentration égale à la concentration d'équilibre.

En dépôt la concentration d'équilibre est également atteinte, conformément à la théorie.

Le schéma de Holly-Preissmann engendre néanmoins de légères oscillations, qui restent suffisamment faibles pour ne pas être significatives.

Les différentes lois d'équilibre et de chargement fournissent des résultats sensiblement différents. Le choix de ces lois constituera donc un paramètre de calage important.

### **4.3 Conclusions**

Ces tests permettent de mettre en évidence la précision supérieure du schéma de Holly-Preissmann, et sa robustesse aux variations rapides de concentration.

Cependant Crank-Nicholson fournit des résultats tout à fait corrects si les variations de la concentration se font progressivement, comme c'est le cas dans la majorité des cas réels.

L'autre avantage de Holly-Preissmann est de pouvoir choisir des pas de discrétisation plus grands qu'avec Crank-Nicholson et donc de réduire considérablement les temps de calcul.

Cependant, à pas identiques Holly-Preissmann est plus lent que Crank-Nicholson, ce qui pourra être un désavantage en particulier pour des simulations à très long terme.

## **5 CONCLUSION GENERALE**

Les deux schémas programmés constituent une base solide pour la réalisation d'un programme de calcul du transport solide en régime transitoire puisqu'ils offrent une large plage d'utilisation et que les résultats qu'ils fournissent sont tout à fait acceptables.

La possibilité d'implémenter ces schémas dans le cas des inversions de vitesse constituerait un atout important dans la mesure où bon nombre de problèmes liés à la sédimentation se rencontrent lors d'inversions de courant, à l'embouchure de fleuves par exemple. Ainsi l'étude de la partie aval de l'Amazone, à laquelle devra servir ce programme, nécessite la prise en compte de ce facteur puisque les marées occasionnent une inversion du courant de ce fleuve majeur sur plus de mille kilomètres (pente très faible).

Cependant l'inversion des vitesses est un problème à part entière qui, malgré quelques ébauches de solutions, reste en grande partie irrésolu.

Le fait que le schéma de Holly-Preissmann donne des résultats sensiblement meilleurs que Crank-Nicholson n'exclue cependant pas l'utilisation de ce dernier dans une grande partie des cas réels à modéliser, du fait qu'il nécessite un temps de calcul plus réduit.

C'est pourquoi, dans une perspective d'optimisation du code, on pourrait aboutir à la définition de critères portant sur la rapidité des variations en concentration et en débit hydraulique.

Ces critères pourraient ainsi permettre un choix automatique entre les deux schémas, ou encore fixer un ajustement optimum du nombre d'itérations dans la méthode de Runge-Kutta (Holly-Preissmann).

## **Bibliographie**

**Code TSAR – Spécifications détaillées et note de principe de la version suspension.**

**Code TSAR – Eléments de validation pour le transport en suspension.**

Ben Slama E., Bousquet H., EDF, 15/12/1995.

**Comparaison de modèle de transport de concentrations de polluants ou de sédiments en rivière.**

Janvier Catherine, rapport de stage, Université Claude Bernard, Lyon, Septembre 1998.

**ISIS Sediment : Technical Overview.**

ISIS, Halcrow – HR Wallingford, 1998.

**Méthodes de Calcul Numérique.**

Nougier J.P., Professeur à l'Université des Sciences et Techniques du Languedoc, Montpellier, 1983.

**Modélisation des processus de sédimentation en canal d'irrigation – Applications à la gestion et la conception de périmètres.**

Belaud Gilles, mémoire de Thèse, Université Claude Bernard, Lyon.

**Modélisation du transfert de sédiments lors d'un lâcher d'eau en réseau d'assainissement – Approche numérique.**

Balayn Pierre, Septembre 1996.

**Modélisation du transport de polluants en système lagunaire – Application aux étangs palavaisiens.**

Aymard Laurent, mémoire de 3<sup>ème</sup> année, ENGEES, Strasbourg, Juin 1994.

**Numerical Resolution of Advection – Dispersion Equation.**

Simon L., mémoire de thèse, June 15, 1990.

**Practical Aspects of Computational River Hydraulics.**

Cunge J.A. et Holly F.M. Jr, SOGREAH, Grenoble ; Verwey A., International Institute for hydraulic and Environmental Engineering, Delft ; 1980.

**SEFLOW, a program to calculate one dimensional channel flow with sedimentation – Model description.**

Meijer Th.J.G.P., Delft Hydraulics Laboratory, March 1985.

**Transport solide et morphologie fluviale.**

Le Guennec B., ENSEEIHT-IMFT, Toulouse, version 1994/1995.

**Twelve selected computer stream sedimentation models developed in the United States.**

Subcommittee on Sedimentation, Interagency Advisory Committee on Water Data,  
Dr Shou-Shan Fan, 12/31/1988.

# **ANNEXES**



# **ANNEXE A**

## **LOIS D'EQUILIBRE, DE CHARGEMENT**

### **ET DE DIFFUSION**

#### **LOIS D'EQUILIBRE**

**Engelund-Hansen :**

$$C^* = \frac{0.05 U^5}{(s-1)^2 \sqrt{g} d Ch^3 q}$$

**Ackers-White :**

$$F_1 = \frac{U^{*C_1}}{\sqrt{gd}(s-1)} \left( \frac{U}{\sqrt{32 \log(10h/d)}} \right)^{1-C_1}$$

$$C^* = dsC_1 \left( \frac{F_1}{C_3} - 1 \right)^{C_4} \left( \frac{U}{U^*} \right)^{C_1}$$

**Bagnold**

$$C^* = C_{ch}^* + C_{sus}^*$$

$$C_{ch}^* = \beta_1 \frac{\tau_0}{gh}; \quad C_{sus}^* = \beta_2 \frac{\tau_0}{gh} \frac{U}{W}$$

Les coefficients  $\beta_1$  et  $\beta_2$  sont estimés à partir d'abaques pour  $d \in [30\mu m, 1000\mu m]$ . Les valeurs  $\beta_1=0.17$  et  $\beta_2=0.01$  fournissent des résultats corrects dans la plupart des cas.

**Van Rijn**

$$C_{ch}^* = 0.005 \rho_s \left[ \frac{U - U_{cr}}{\sqrt{gd}(s-1)} \right]^{2.4} \left( \frac{d}{h} \right)^{1.2}$$

$$C_{sus}^* = 0.012 \rho_s \left[ \frac{U - U_{cr}}{\sqrt{gd}(s-1)} \right]^{2.4} \left( \frac{d}{h} \right)^{1.2} d^{*-0.6} \quad \text{où} \quad d^* = d \left( \frac{g(s-1)}{v^2} \right)^{1/3}$$

**Karim-Kennedy (1981)**

$$X_1 = \frac{C^* U h}{\rho_s \sqrt{g(s-1)} d^3}; X_2 = \frac{U}{\sqrt{g(s-1)} d}; X_3 = \frac{U - U^*}{\sqrt{g(s-1)} d}; X_4 = \frac{h}{d}$$

$$\log X_1 = -2.0279 + 2.972 \log X_2 + 1.060 \log X_2 \log X_3 + 0.299 \log X_3 \log X_4$$

**Karim-Kennedy (1990)**

$$X_1 = 0.0015 X_2^{3.369} X_3^{0.840}$$

**Yang**

$$\log\left(\frac{C^*}{\rho_s}\right) = 5.435 - 0.286 \log \frac{Wd}{v} - 0.457 \log \frac{U^*}{W} + \left[ 1.799 - 0.409 \log \frac{Wd}{v} - 0.314 \log \frac{U^*}{W} \right] \log \left[ \frac{(U - U_{cr})J}{W} \right]$$

**Meyer-Peter**

$$C^* = \frac{8(\rho ghJ - 0.047(\rho_s - \rho)gd)^{3/2}}{g(\rho_s - \rho)q\sqrt{\rho}}$$

**LOIS DE CHARGEMENT**

Introduction de la **vitesse de chute des sédiments** :

Pour les particules de diamètre inférieur à  $d=100 \mu\text{m}$ , loi de Stokes :

$$W = \frac{g(s-1)d^2}{18\nu}$$

Pour les particules de diamètre supérieur à  $d=100 \mu\text{m}$ , formule de Zanke :

$$W = \frac{10\nu}{d} \left[ \sqrt{1 + \frac{0.01(s-1)gd^3}{\nu^2}} - 1 \right]$$

**Hazen**

$$L_A = U h / W \text{ où } h \text{ est la hauteur où se trouve la particule considérée.}$$

**Han**

$$L_A = \alpha W / q \text{ où } \alpha \text{ vaut } 0.25 \text{ pour le dépôt et } 1 \text{ pour l'érosion.}$$

**Lin**

$$L_A = \alpha U^* / W \text{ où } \alpha \text{ est de l'ordre de } 0.005 \text{ à } 0.01.$$

**Armanini-Di Silvio**

$$L_A = \frac{hU}{W} \left( \frac{a}{h} + \left( 1 - \frac{a}{h} \right) \exp \left( -1.5 \left( \frac{a}{h} \right)^{-1/6} \frac{W}{U^*} \right) \right) \text{ où } a \text{ est l'épaisseur de la couche de charriage (difficile à estimer).}$$

**LOI DE DIFFUSION****Thackston-Krenkel**

$$D = 7.25hU^* \left( \frac{U}{U^*} \right)^{0.25}$$

# ANNEXE B

## EXEMPLE DE FICHIER .SED

### ET NOTE EXPLICATIVE

```

! Test6_2.SED                                3.70
* ----- > Description de la courbe granulométrique
L  1  5          0.000    0.100    0.200    0.300    0.400
G  1  1          0.000    10.000   40.000   80.000  100.000
G  1  0          0.000    20.000   60.000   90.000  100.000

* ----- > Description des largeurs au fond
W  1  1          20.000
W  1  0          20.000

* ----- > Description des classes transportées
C  1  1  3  2  0  0    0.100    0.125    6.300    1.000

* ----- > Paramètres de calcul
X  1  1  0    0.050    1.000    0.010    0.010    0.400  2650.000    100.0
T  1  2  2    10.00    0.000   1440.0    0.000   720.00   1440.0

* ----- > Champ de concentration initial
I  1  1          0.000
I  1  26         0.400
I  1  51         0.000
I  1  0          0.000

*----- > Chronique des températures
V  1  0          0.000   15.000
V  1  0          0.100   18.000
V  1  0          1.000   10.000

* ----- > Ouvrages spécifiques : décanteur....
O  1  1  1      1.000

* ----- > Apports en sédiments
A  1  1          0.000    0.000
A  1  1         1440.0    0.000

* ----- > Activités de maintenance
MZ   1  1  1  3      25.000    9.000    8.500   10.000    9.500

```

## **Description du fichier .SED**

### **Première ligne:**

! : identificateur  
titre de l'étude  
numéro de version

### **Autres lignes de données:**

Le principe est d'avoir un identificateur au début puis les données.  
Les réels sont rangés sur 10 colonnes et les entiers sur 3 colonnes.  
On commence par les entiers. Par souci de clarté du fichier, les nombres sont alignés verticalement.  
Ainsi la dernière décimale d'un réel est toujours dans une colonne multiple de 10.  
La taille maximale d'une ligne est de 80 caractères.

### **Description de la courbe granulométrique du lit :**

#### **ligne 'L': diamètres de la courbe granulométrique**

Entier1: type d'interpolation entre diamètres (1 = linéaire; 2=géométrique; ...)  
Entier2: nombre de diamètres  
Réel1 à RéelEntier2: diamètres en mm pour décrire la courbe granulométrique  
Si Entier2>7: on continue sur la ligne suivante (1<sup>er</sup> nombre entre colonnes 11 et 20).

#### **ligne 'G': pourcentages de particules plus fines que les diamètres donnés.**

Entier1: Numéro du bief  
Entier2: Numéro de section dans le bief; par commodité 0=dernière section  
Réel1...Réel7 : pourcentages (%) de particules plus fines que diamètre de la ligne L  
Continuation ligne suivante si le nombre de diamètres est supérieur à 7  
Entre les sections interpolation linéaire.

### **Description des largeurs au fond : ligne 'W'**

Entier1: Numéro du bief  
Entier2: Numéro de section dans le bief (0=dernière section)  
Reel1 : largeur du lit au fond  
Entre les sections interpolation linéaire.

### **Lecture des portions de lit fixes a différentes abscisses : lignes 'F'**

Entier1: numéro de bief de la section initiale  
Entier2: numéro de la section initiale dans le bief  
Entier3: numéro de bief de la section finale  
Entier4: numéro de la section finale dans le bief  
Reel1: cote du fond fixe dans la section initiale  
Reel2: cote du fond fixe dans la section finale  
Entre les sections initiale et finale, interpolation linéaire.

### **Description des classes transportées : lignes 'C'**

Entier1: numéro de la classe transportée  
Entier2: mode d'interpolation du diamètre (1= linéaire, 2= géométrique, 3= utilisation de la courbe granulométrique du lit) ; on utilise 1 par défaut.  
Entier3: mode de transport (0=pas de transport, 1=suspension seule, 2=charriage seul, 3=transport total)

Entier4: numéro de la loi d'équilibre (1=Engelund-Hansen, 2=Ackers-White, 3=Bagnold, 4=Van Rijn, 5=Karim-Kennedy 1990, 6=Yang, 7=Karim Kennedy 1981, 8=Meyer-Peter ; 13,14: Suspension seule (Bagnold, VanRijn) ; 23,24: charriage seul (Bagnold, VanRijn))

Entier5: loi de chargement (0=pas d'échange, 1=Han, 2=Gallapatti, 3=Armanini, 4=Hazen, 5=La fixe, 6=Vermaas)

Entier6: mode de correction (0=pas de correction, 1=correction suspension, 2=correction charriage, 3=suspension et charriage)

Réel1: diamètre inférieur de la classe (mm)

Réel2: diamètre supérieur de la classe (mm)

Réel3: paramètre de distribution transversale des sédiments (conseil: 6 pour sables, >20 pour une distribution homogène)

Réel4: coefficient multiplicateur en cas de correction par ajout du charriage

### **Paramètres de calcul :**

#### **ligne 'X' : paramètres sédimentation**

Entier1: mode de répartition des sédiments dans la section (0=proportionnelle à la hauteur d'eau, 1=par couches horizontales homogènes)

Entier2: gestion de la couche active (0=non, 1=oui)

Entier3: type de loi donnant le coefficient de diffusion

Réel1: épaisseur couche active (m)

Réel2: paramètre (coefficient multiplicateur) de la loi d'équilibre

Réel3: paramètre de chargement (dépôt) (i.e.  $\alpha$  dans les lois de chargement)

Réel4: paramètre de chargement (érosion)

Réel5: porosité (réel entre 0 et 1)

Réel6: masse volumique des sédiments (kg/m<sup>3</sup>)

Réel7: coefficient de diffusion ou paramètre si on a choisi la loi de Thackston-Krenkel.

#### **ligne 'T' : Paramètres temporels**

Entier1: pas de sauvegarde

Entier2: choix des unités dans le fichier .SED (1= s, 2= mn, 3= h, 4= j, 5= sem, 6= mois, 7= an)

Entier3: nombre de géométries intermédiaires sauvées

Réel1: pas de temps

Réel2: temps du début de la simulation

Réel3: temps de la fin

Réel4..7: temps de sauvegarde des fichiers .GEO (géométrie)

### **Champ de concentration initial : ligne 'I'**

Entier1: Numéro du bief

Entier2: numéro de la section dans le bief (0=dernière section)

Réel1..7 : concentrations initiales de chacune des classes.

Entre les sections interpolation linéaire.

### **Paramètres pour les profils de répartition vitesse et concentration : ligne 'D'**

Entier1: nombre de pas d'intégration horizontale

Entier2: nombre de pas d'intégration verticale

Entier3: loi de correction par charriage

Réel1: hauteur de référence (m) (conseil : 0,01)

Réel2: coefficient  $\beta$  dans la loi de Rouse (conseil : 2,5)

Réel3: paramètre de distribution verticale de la vitesse (0,12 à 0,25)

Réel4: paramètre de distribution horizontale des vitesses (autour de 4 à 6)  
Réel5: épaisseur non prélevée (m)

**Fonctionnement des ouvrages aux prises :**

**lignes 'P' : coefficients d'extraction des prises**

Entier1: numéro du nœud  
Réel1..7: coefficients d'extraction en sédiments pour chaque classe  
(théoriquement=1,000, sinon de 0 à 99,99; valeur >=100: modèle d'extraction utilisant la géométrie de la prise, si valeur=-1 coefficient obtenu par conservation de la masse)  
Continuation ligne suivante si nombre de classes>7

**lignes 'B' : coefficients d'extraction des biefs défluent**

Entier1: numéro du bief  
Réel1..7: coefficients d'extraction en sédiments pour chaque classe  
Continuation ligne suivante si nombre de classes>7

**Chronique des températures : lignes 'V'**

Entier1: numéro de nœud  
Entier2: rampe (0) ou échelon (1)  
Réel1: temps  
Réel2: température (en °C)

**Apports en sédiments : lignes 'A'**

Entier1: numéro de nœud  
Entier2: rampe (0) ou échelon (1)  
Réel1: temps  
Réel2..7: concentration en sédiments apportés au nœud (g/l, kg/m<sup>3</sup>)

**Ouvrages spécifiques : décanteur,... : lignes 'O'**

Entier1: numéro de bief  
Entier2: numéro de section dans le bief  
Entier3: type d'ouvrage  
Réel1..7: paramètres liés aux ouvrages

**Lecture des opérations de maintenance**

**lignes 'MZ' : Recalibrage de la section solide en trapèze**

Entier1: numéro du bief de la section initiale  
Entier2: numéro de la section initiale dans le bief  
Entier3: numéro du bief de la section finale  
Entier4: numéro de la section finale dans le bief  
Réel1: temps au moment de l'opération  
Réel2: cote du fond après curage (Zmin trapèze) dans la section initiale  
Réel3: cote du fond après curage dans la section finale  
Réel4: cote supérieure de curage (Zmax trapèze) dans la section initiale  
Réel5: cote supérieure de curage dans la section finale

lignes 'MS' : Elimination surface en travers donnée

Entier1: numéro du bief de la section initiale  
Entier2: numéro de la section initiale dans le bief  
Entier3: numéro du bief de la section finale  
Entier4: numéro de la section finale dans le bief  
Réal1: temps au moment de l'opération  
Réal2: surface curée dans la section initiale  
Réal3: surface curée dans la section finale

# ANNEXE C

## LISTINGS DES PROGRAMMES

### Crank-Nicholson :

```
C--- Description des communs:
C---   RINI :   resultats (Q,Z) de Saint-Venant, temps T
C---   RINIA:   resultats (Q,Z) de Saint-Venant, temps T-DT
C---   VARDT:   variables derivees de (Q,Z) aux sections, tps T
C---   VARDTA:  variables derivees de (Q,Z) aux sections, tps T-DT
C---   SEDINI:  champ de concentrations au temps T
C---   SEDINIA: champ de concentrations initial/anterieur
C---   SEDSUS:  description des classes de sediments en suspension
C---   SEDPAR:  parametres du transport solide
```

```
SUBROUTINE INICALTS
```

```
PARAMETER (NSECT=$NSC,NBIEF=$IB)
PARAMETER (NCL=$NCL,NPOIN=$NPOIN)
```

```
PARAMETER(NBIEF1=NBIEF+1)
```

```
COMMON/IBIEF/ ISMAX,IBMAX,IUR(NBIEF),IUB(NBIEF),IFIC1(NBIEF)
&              ,IFIC2(NSECT)
COMMON/RGEO/  FIC9,XGEO(NSECT),FIC10(NPOIN,4),FIC11(3,NSECT)
COMMON/NGEO/  IS1(NBIEF),IS2(NBIEF),IFIC3(3,NSECT)
COMMON/RINI/  QT(NSECT),ZT(NSECT),QE(NSECT)
```

```
COMMON/RINIA/QTA(NSECT),QEA(NSECT),SMA(NSECT),VMA(NSECT)
&              ,DIFA(NSECT),ZTA(NSECT)
COMMON/RST/SM(NSECT),VM(NSECT),DIF(NSECT)
```

```
COMMON/SEDLOI/LOIEQ(NCL),LOICH(NCL),LOIDIFF
COMMON/SEDSUS/NCLS,DSL(NCL),DSU(NCL),ITS(NCL),MT(NCL)
COMMON/SEDPAR/ G,RHO,RHOS,FIC6(3),FIC8(6),XKDIF
COMMON/SEDINI/CC(NSECT,NCL),CE(NSECT,NCL),XLA(NSECT,NCL)
COMMON/SECT/  FIC3(15),Q,Z,AL,S,V,AJ,FIC4(9)
COMMON/SEDSECT/ U_STAR,HMOY
```

```
COMMON/NOEUD/ IFIC4,NAM(NBIEF),IFIC5(NBIEF),IFIC6(NBIEF1,9)
```

```
C----- INITIALISATION DU CALCUL DU TRANSPORT SOLIDE:
C----- CALCUL DES VARIABLES TS A L'INSTANT INITIAL
```

```
write(54,*) 't=0'
```

```
DO J=1,NSECT
QTA(J)=QT(J)
QEA(J)=QE(J)
ZTA(J)=ZT(J)
```

```
ENDDO
```

```
DO IB=1,IBMAX
```



```

      NB=IUB(IB)
      write(54,*) 'NB=',NB,' N_AMONT=',NAM(IB)

      DO J=IS1(IB),IS2(IB)

C----- calcul des variables derivees de Q,Z a la section J au temps ini
      CALL SECTION(J,J-IS1(IB)+1,NB)

C---- stockage en commun des donnees relatives a la section
C---- et necessaire pour la suite: S,V, coef diffusion, taux echange
      SMA(J)=S          !surface mouillee
      VMA(J)=V          !vitesse moyenne

      DO K=1,NCLS
C----- diametre de la classe K / eventuellement depend de l'abscisse
      D=GRANUSUSP(DSL(K),DSU(K),0.5,J,ITS(K))
      write(54,*) XGEO(J),CC(J,K)
C---- calcul du taux d'echange
      QSE=QSEQ(J,LOIEQ(K),D)          !capacite de transport
      CE(J,K)=RHOS*QSE/MAX(Q,1.E-6)    !concentration equilibre - stockee
C      IF(depot) THEN                  ! a completer
      ITYP=0

      XLA(J,K)=1./PARACHARG(K,ITYP,D,J)
      ENDDO      ! fin boucle classes
      DIFA(J)=COEFDIFF(J)              !diffusion
      ENDDO      ! fin boucle sections

      ENDDO      ! fin boucle biefs
      RETURN
      END

      SUBROUTINE CONVDIFF(BOOL)
C----- CALCUL DU TS PAR EQUATION CONVECTION-DIFFUSION
C----- temps t

      LOGICAL BOOL

      PARAMETER (NSECT=$NSC,NBIEF=$IB)
      PARAMETER (NCL=$NCL,NPOIN=$NPOIN)

      PARAMETER(NBIEF1=NBIEF+1)

      COMMON/IBIEF/ISMAX,IBMAX,IUR(NBIEF),IUB(NBIEF),IFIC1(NBIEF)
&      ,IFIC2(NSECT)
      COMMON/NGEO/ IS1(NBIEF),IS2(NBIEF),IFIC3(3,NSECT)
      COMMON/RGEO/ FIC1,XGEO(NSECT),FIC2(NPOIN,4),FIC3(3,NSECT)
      COMMON/RINI/ QT(NSECT),ZT(NSECT),QE(NSECT)

      COMMON/RINIA/QTA(NSECT),QEA(NSECT),SMA(NSECT),VMA(NSECT)
&      ,DIFA(NSECT),ZTA(NSECT)
      COMMON/RST/SM(NSECT),VM(NSECT),DIF(NSECT)

      COMMON/TEMPS/ TETA,TDEB,FIC6,DT,T,TFIN,FIC7
      COMMON/SEDINI/CC(NSECT,NCL),CE(NSECT,NCL),XLA(NSECT,NCL)
      COMMON/SEDINIA/CEA(NSECT,NCL),XLAA(NSECT,NCL)
      COMMON/SEDSUS/NCLS,DSL(NCL),DSU(NCL),ITS(NCL),MT(NCL)
      COMMON/SEDLOI/LOIEQ(NCL),LOICH(NCL),LOIDIFF
      COMMON/SEDPAR/ G,RHO,RHOS,DELTA,XNU,POR,FIC8(6),XKDIF
      COMMON/SEDREST1/XDS(NSECT),XDSC(NSECT,NCL),ZFMT(NSECT)

```

```

COMMON/SECT/ FIC9(15),Q,Z,AL,S,V,AJ,FIC10(9)
COMMON/SEDSECT/ U_STAR,HMOY
COMMON/SEDNOEUD/ FIC14(NBIEF1),NULOD(NCL,NBIEF1)

!variables utiles au calcul
COMMON/RNOEU/QAE(NBIEF1),FIC11(NBIEF1,2),FIC12(NBIEF1)
&
,FIC13(NBIEF1)
COMMON/NOEUD/ NOMAX,NAM(NBIEF),NAV(NBIEF),ITN(NBIEF)
&
,IFIC6(NBIEF1)
1
,IFIC7(NBIEF1),IFIC8(NBIEF1,3),IFIC9(NBIEF1)
2
,IFIC10(NBIEF1),IFIC11(NBIEF1)
REAL QAPPORT
DIMENSION QNOEUD(NOMAX),QCNOEUD(NOMAX,NCLS),CNOEUD(NOMAX,NCLS)

C----- CHARGEMENT DES VALEURS AUX SECTIONS, INSTANT
DO IB=1,IBMAX
C---- boucle sur les biefs dans le sens amont-> aval
NB=IUB(IB) !numero de bief de rang IB

DO J=IS1(IB),IS2(IB)

C----- calcul des variables derivees de Q,Z a la section J au temps t
CALL SECTION(J,J-IS1(IB)+1,NB)
C---- stockage en commun des donnees relatives a la section
C---- et necessaire pour la suite: S,V, coef diffusion, taux echange
SM(J)=S !surface mouillee
VM(J)=V !vitesse moyenne

DIF(J)=COEFDIFF(J) !diffusion

DO K=1,NCLS

C----- stockage du pas anterieur pour les variables dependant de la clas
XLAA(J,K)=XLA(J,K)
CEA(J,K)=CE(J,K)

C----- diametre de la classe K / eventuellement depend de l'abscisse
D=GRANUSUSP(DSL(K),DSU(K),0.5,J,ITS(K))

C---- calcul du taux d'echange
QSE=QSEQ(J,LOIEQ(K),D) !capacite de transport
CE(J,K)=RHOS*QSE/MAX(Q,1.E-6) !concentration equilibre - stockee
C IF(depot) THEN ! a completer
ITYP=0
XLA(J,K)=1./PARACHARG(K,ITYP,D,J) !longueur d'adaptation

ENDDO ! fin boucle classes
ENDDO ! fin boucle sections
ENDDO ! fin boucle biefs

C----- ALGORITHME DE CALCUL

C----- initialisation des variables -----

DO IB=1,IBMAX

IF (ITN(NAM(IB)).EQ.1) THEN
QNOEUD(NAM(IB))=QT(IS1(IB))

ELSE
QNOEUD(NAM(IB))=0.

```

```

ENDIF
DO K=1,NCLS

IF (ITN(NAM(IB)).EQ.1) THEN
CNOEUD(NAM(IB),K)=SIRLOI(NULOD(K,NAM(IB)))

ELSE
CNOEUD(NAM(IB),K)=0.
ENDIF
QCNOEUD(NAM(IB),K)=QNOEUD(NAM(IB))*CNOEUD(NAM(IB),K)
ENDDO
ENDDO

```

C-----calcul-----

```

DO IB=1,IBMAX
NB=IUB(IB)
write(54,*) 'NB=',NB
QAPPORT=0.5*(QAE(NAM(IB))+abs(QAE(NAM(IB))))
QNOEUD(NAV(IB))=QNOEUD(NAV(IB))+QT(IS2(IB))

DO K=1,NCLS

CNOEUD(NAM(IB),K)=(QCNOEUD(NAM(IB),K)
&                  +QAPPORT*SIRLOI(NULOD(K,NAM(IB))))
&                  /(QAPPORT+QNOEUD(NAM(IB)))

CALL SEDIBIEF(IB,CNOEUD(NAM(IB),K),K)

QCNOEUD(NAV(IB),K)=QCNOEUD(NAV(IB),K)+CC(IS2(IB),K)*QT(IS2(IB))
DO J=IS1(IB),IS2(IB)
if (mod(INT(T),600).EQ.0) then
write(54,*) XGEO(J),CC(J,K),QT(J),'CE=',CE(J,1)
endif
ENDDO !sections (écriture fichier résultats)
ENDDO !classes

ENDDO !biefs

```

C----- Stockage des débits dans la variable du temps antérieur

```

DO J=1,NSECT
QTA(J)=QT(J) !essayer de le mettre ailleurs
QEA(J)=QE(J)
ZTA(J)=ZT(J)
SMA(J)=SM(J)
VMA(J)=VM(J)
DIFA(J)=DIF(J)
ENDDO

```

C----- FIN DE LA PROCEDURE :

C----- Realisation des travaux de maintenance

C----- Mise a jour du common RNGEO

```

CALL LECURAGE
if(T.EQ.TFIN) then
close(54)
endif
RETURN
END

```

C-----subroutine de calcul de C(t) dans un bief pour la classe K

```

SUBROUTINE SEDIBIEF(IB,CCAMONT,K)

```

```

PARAMETER (NSECT=$NSC,NBIEF=$IB)
PARAMETER (NCL=$NCL,NPOIN=$NPOIN)

PARAMETER (NBIEF1=NBIEF+1)

COMMON/NGEO/ IS1(NBIEF),IS2(NBIEF),IFIC1(3,NSECT)
COMMON/RGEO/ FIC1,XGEO(NSECT),FIC2(NPOIN,4),FIC3(3,NSECT)
COMMON/RINI/ QT(NSECT),FIC13(NSECT),QE(NSECT)

COMMON/RINIA/QTA(NSECT),QEA(NSECT),SMA(NSECT),VMA(NSECT)
& ,DIFA(NSECT),FIC5(NSECT)
COMMON/RST/SM(NSECT),VM(NSECT),DIF(NSECT)

COMMON/SEDINI/CCA(NSECT,NCL),CE(NSECT,NCL),XLA(NSECT,NCL)
COMMON/SEDINIA/CEA(NSECT,NCL),XLAA(NSECT,NCL)
COMMON/TEMPS/ FIC7(3),DT,FIC8(3)

INTEGER J,K,IB
REAL alpha,beta,gamma,delta,CCAMONT,
& tetats,DX2,DXM,DXV,QI,QIA,QIM,QIMA
DIMENSION A(NSECT),B(NSECT)
DIMENSION termdiff(NSECT),dcconv(NSECT,2)
tetats=0.5 !coef d'implication temporelle
A(IS1(IB))=0. !injection de la condition amont dans
B(IS1(IB))=CCAMONT !les coef du balayage

DO J=IS1(IB)+1,IS2(IB)-1

DXM=XGEO(J)-XGEO(J-1) !dx amont de la section
DXV=XGEO(J+1)-XGEO(J) !dx aval
DX2=DXM+DXV
QI=0.5*(QE(J)-abs(QE(J))) !débit d'infiltration (< ou = 0)
QIA=0.5*(QEA(J)-abs(QEA(J))) !" " au temps t-dt

! convection-diffusion

alpha=-tetats*VM(J)/DX2
& -(tetats/SM(J))*(SM(J-1)*DIF(J-1)+SM(J)*DIF(J))/(DX2*DXM)
beta=1/DT
& +(tetats/(DX2*SM(J)))*((SM(J+1)*DIF(J+1)+SM(J)*DIF(J))/DXV
& +(SM(J-1)*DIF(J-1)+SM(J)*DIF(J))/DXM)
gamma=tetats*VM(J)/DX2
& -(tetats/SM(J))*(SM(J+1)*DIF(J+1)+SM(J)*DIF(J))/(DX2*DXV)
delta=CCA(J,K)/DT
& -(1-tetats)*VMA(J)*(CCA(J+1,K)-CCA(J-1,K))/DX2
& +((1-tetats)/(DX2*SMA(J)))*((SMA(J+1)*DIFA(J+1)+SMA(J)*DIFA(J)
& *(CCA(J+1,K)-CCA(J,K))/DXV
& -(SMA(J-1)*DIFA(J-1)+SMA(J)*DIFA(J))
& *(CCA(J,K)-CCA(J-1,K))/DXM)

!termes source
beta=beta+tetats*VM(J)/XLA(J,K)-tetats*QI/SM(J)
! pour delta il manque les apports latéraux
delta=delta+tetats*VM(J)*CE(J,K)/XLA(J,K)
& +(1-tetats)*VMA(J)*(CEA(J,K)-CCA(J,K))/XLAA(J,K)
& +(1-tetats)*CCA(J,K)*QIA/SMA(J)

A(J)=-gamma/(alpha*A(J-1)+beta)
B(J)=(delta-alpha*B(J-1))/(alpha*A(J-1)+beta)

ENDDO !fin de la boucle sur les sections balayage aller

```

```

C----- Calcul sur la dernière maille : détermination de la concentration

      J=IS2(IB)
      DXM=XGEO(J)-XGEO(J-1)
      QIM=0.5*(QE(J-1)-abs(QE(J-1)))      ! débit d'infiltration à l'amont de la
section
      QI=0.5*(QE(J)-abs(QE(J)))
      QIMA=0.5*(QEA(J-1)-abs(QEA(J-1))) ! " " " " au temps t-dt
      QIA=0.5*(QEA(J)-abs(QEA(J)))

      !convection-diffusion
      alpha=0.5/DT-tetats*0.5*(VM(J-1)+VM(J))/DXM
      beta=0.5/DT+tetats*0.5*(VM(J)+VM(J-1))/DXM
      delta=0.5*(CCA(J,K)+CCA(J-1,K))/DT
&      -(1-tetats)*0.5*(VMA(J)+VMA(J-1))*(CCA(J,K)-CCA(J-1,K))/DXM

      !termes source
      alpha=alpha+0.5*tetats*VM(J-1)/XLA(J-1,K)-0.5*tetats*QIM/SM(J-1)
      beta=beta+0.5*tetats*VM(J)/XLA(J,K)-0.5*tetats*QI/SM(J)
      ! pour delta il manque les apports latéraux
      delta=delta+tetats*0.5*(VM(J)*CE(J,K)/XLA(J,K)
&      +VM(J-1)*CE(J-1,K)/XLA(J-1,K))
&      +(1-tetats)*0.5*(VMA(J)*(CEA(J,K)-CCA(J,K))/XLAA(J,K)
&      +VMA(J-1)*(CEA(J-1,K)-CCA(J-1,K))/XLAA(J-1,K))
&      +(1-tetats)*0.5*(CCA(J,K)*QIA/SMA(J)+CCA(J-1,K)*QIMA/SMA(J-1))

C----- stockage des concentrations aux extrémités du bief au temps t
      CCA(IS1(IB),K)=CCAMONT

      CCA(J,K)=(delta-alpha*B(J-1))/(alpha*A(J-1)+beta)
      CCA(J,K)=MAX(CCA(J,K),0.0)

C-----Balayage retour-----
C----- calcul des concentrations dans tout le bief au temps t
      DO J=1,IS2(IB)-IS1(IB)-1
          CCA(IS2(IB)-J,K)=A(IS2(IB)-J)*CCA(IS2(IB)-J+1,K)+B(IS2(IB)-J)
          CCA(IS2(IB)-J,K)=MAX(CCA(IS2(IB)-J,K),0.0)
      ENDDO      !fin de la boucle sur les sections balayage retour

      END SUBROUTINE
C-----

```

```

FUNCTION COEFDIFF(ISC)

  PARAMETER (NCL=$NCL,NSECT=$NSC)
  COMMON/SEDPAR/FIC1(12),XKDIF
  COMMON/SEDLOI/IFIC1(NCL,2),LOIDIFF
  COMMON/RST/SM(NSECT),VM(NSECT),FIC2(NSECT)
  COMMON/SECT/ FIC3(15),Q,Z,AL,S,V,AJ,FIC4(9)
  COMMON/SEDSECT/ U_STAR,HMOY

  IF (LOIDIFF.EQ.0) THEN
    COEFDIFF=0.0

  ELSEIF (LOIDIFF.EQ.1) THEN      !D constant
    COEFDIFF=XKDIF

  ELSEIF (LOIDIFF.EQ.2) THEN      !formule de THACKSTON-KRENKEL
    COEFDIFF=7.25*HMOY*(VM(ISC)**0.25)*(U_STAR**0.75)
  ENDIF
  END

```

## **Holly-Preissmann :**

Corps de programme identique mais sousroutine sedibief différente. Fonction d'interpolation des vitesses (terpvit) supplémentaire.

```
SUBROUTINE SEDIBIEF( IB,CCAMONT,K)

  PARAMETER (NSECT=$NSC,NBIEF=$IB)
  PARAMETER (NCL=$NCL,NPOIN=$NPOIN)

  PARAMETER (NBIEF1=NBIEF+1)

  COMMON/NGEO/ IS1(NBIEF),IS2(NBIEF),IFIC1(3,NSECT)
  COMMON/RGEO/ FIC1,XGEO(NSECT),FIC2(NPOIN,4),FIC3(3,NSECT)
  COMMON/RINI/ QT(NSECT),FIC13(NSECT),QE(NSECT)

  COMMON/RINIA/QTA(NSECT),QEA(NSECT),SMA(NSECT),VMA(NSECT)
& ,DIFA(NSECT),FIC5(NSECT)
  COMMON/RST/SM(NSECT),VM(NSECT),DIF(NSECT)

  COMMON/SEDINI/CCA(NSECT,NCL),CE(NSECT,NCL),XLA(NSECT,NCL)
  COMMON/SEDINIA/CEA(NSECT,NCL),XLAA(NSECT,NCL)
  COMMON/TEMPS/ FIC7(3),DT,T,FIC8(2)

  INTEGER J,K,IB,nrk,irk,Jref,icompt,isect
  REAL alpha,beta1,gamma1,delta1,alpha2,beta2,gamma2,delta2
& ,CCAMONTAA,alpha3,beta3,delta3,CCAMONT,tetats,DX2,DXM,DXV
& ,QI,QIA,QIM,QIMA,DXM1,DX21,VAMONTAA
  REAL dt1,dt2,dt3,dx1,dx2,dx3,dtrk,dxrk,vit,dxp,ntp
  DIMENSION A2(NSECT),B2(NSECT),A3(NSECT),B3(NSECT)
  DIMENSION CCA1(NSECT,NCL),CCA2(NSECT,NCL),CCA3(NSECT,NCL)
& ,CCXA(NSECT,NCL)
  LOGICAL choixcar

  tetats=0.5 !coef d'implication temporelle

C-----CALCUL DE LA CONCENTRATION APRES DIFFUSION ET ECHANGES-----
C-----
C----- Calcul sur la première maille
  J=IS1(IB)
  QIV=0.5*(QE(J+1)-abs(QE(J+1))) ! débit d'infiltration à l'aval de la
section
  QI=0.5*(QE(J)-abs(QE(J))) ! débit d'infiltration à la section
  QIVA=0.5*(QEA(J+1)-abs(QEA(J+1))) ! " " " " au temps t-dt
  QIA=0.5*(QEA(J)-abs(QEA(J)))

  !diffusion : coef des équations
  beta2=0.5/DT
  gamma2=0.5/DT !pas de diffusion sur la première
maille
  delta2=0.5*(CCA(J,K)+CCA(J+1,K))/DT

  !termes source
  gamma3=0.5/DT+0.5*tetats*VM(J+1)/XLA(J+1,K)-0.5*tetats*QIV/SM(J+1)
  beta3=0.5/DT+0.5*tetats*VM(J)/XLA(J,K)-0.5*tetats*QI/SM(J)
  ! pour delta il manque les apports latéraux
  delta3=0.5*(CCA(J,K)+CCA(J+1,K))/DT+
& tetats*0.5*(VM(J)*CE(J,K)/XLA(J,K)
& +VM(J+1)*CE(J+1,K)/XLA(J+1,K))
& +(1-tetats)*0.5*(VMA(J)*(CEA(J,K)-CCA(J,K))/XLAA(J,K))
```

```

&          +VMA(J+1)*(CEA(J+1,K)-CCA(J+1,K))/XLAA(J+1,K))
&  +(1-tetats)*0.5*(CCA(J,K)*QIA/VMA(J)+CCA(J+1,K)*QIVA/VMA(J+1))

!coef du balayage
A2(J)=-gamma2/beta2      !diffusion
B2(J)=delta2/beta2
A3(J)=-gamma3/beta3      !echanges
B3(J)=delta3/beta3

C-----Calcul sur les sections intérieures du bief-----
----
      DO J=IS1(IB)+1,IS2(IB)-1

!diffusion
QI=0.5*(QE(J)-abs(QE(J)))      !débit d'infiltration (< ou = 0)
  QIA=0.5*(QEA(J)-abs(QEA(J)))  !" " au temps t-dt
DXM=XGEO(J)-XGEO(J-1)
DXV=XGEO(J+1)-XGEO(J)
DX2=DXM+DXV

alpha2=-(tetats/SM(J))*(SM(J-1)*DIF(J-1)+SM(J)*DIF(J))/(DX2*DXM)
beta2=1/DT+(tetats/(SM(J)*DX2))*
&          ((SM(J+1)*DIF(J+1)+SM(J)*DIF(J))/DXV
&          +(SM(J-1)*DIF(J-1)+SM(J)*DIF(J))/DXM)
gamma2=-(tetats/SM(J))*(SM(J+1)*DIF(J+1)+SM(J)*DIF(J))/(DX2*DXV)
delta2=CCA(J,K)/DT+((1-tetats)/(DX2*SMA(J)))*
&          ((SMA(J+1)*DIFA(J+1)+SMA(J)*DIFA(J))
&          *(CCA(J+1,K)-CCA(J,K))/DXV
&          -(SMA(J-1)*DIFA(J-1)+SMA(J)*DIFA(J))
&          *(CCA(J,K)-CCA(J-1,K))/DXM)

!termes source
beta3=1/DT+tetats*VM(J)/XLA(J,K)-tetats*QI/SM(J)
! pour delta il manque les apports latéraux
delta3=CCA(J,K)/DT+tetats*VM(J)*CE(J,K)/XLA(J,K)
&          +(1-tetats)*VMA(J)*(CEA(J,K)-CCA(J,K))/XLAA(J,K)
&          +(1-tetats)*CCA(J,K)*QIA/SMA(J)

!coef du balayage pour la diffusion
A2(J)=-gamma2/(alpha2*A2(J-1)+beta2)
B2(J)=(delta2-alpha2*B2(J-1))/(alpha2*A2(J-1)+beta2)
CCA3(J,K)=delta3/beta3      !la concentration due aux échanges peut etre
calculée
                                !directement
      ENDDO      !fin de la boucle sur les sections balayage aller

C----- Calcul sur la dernière maille : détermination de la concentration avale
section
  QIM=0.5*(QE(J-1)-abs(QE(J-1)))      ! débit d'infiltration à l'amont de la
section
  QI=0.5*(QE(J)-abs(QE(J)))
  QIMA=0.5*(QEA(J-1)-abs(QEA(J-1)))! " " " " au temps t-dt
  QIA=0.5*(QEA(J)-abs(QEA(J)))

!diffusion : pas de diffusion sur la dernière section
alpha2=0.5/DT
beta2=0.5/DT
delta2=0.5*(CCA(J,K)+CCA(J-1,K))/DT

!termes source

```

```

alpha3=0.5/DT+0.5*tetats*VM(J-1)/XLA(J-1,K)-0.5*tetats*QIM/SM(J-1)
beta3=0.5/DT+0.5*tetats*VM(J)/XLA(J,K)-0.5*tetats*QI/SM(J)
! pour delta il manque les apports latéraux
delta3=0.5*(CCA(J,K)+CCA(J-1,K))/DT+
&          tetats*0.5*(VM(J)*CE(J,K)/XLA(J,K)
&          +VM(J-1)*CE(J-1,K)/XLA(J-1,K))
&          +(1-tetats)*0.5*(VMA(J)*(CEA(J,K)-CCA(J,K))/XLAA(J,K)
&          +VMA(J-1)*(CEA(J-1,K)-CCA(J-1,K))/XLAA(J-1,K))
&          +(1-tetats)*0.5*(CCA(J,K)*QIA/VMA(J)+CCA(J-1,K)*QIMA/VMA(J-1))

CCA2(J,K)=(delta2-alpha2*B2(J-1))/(alpha2*A2(J-1)+beta2)
CCA3(J,K)=(delta3-alpha3*CCA3(J-1,K))/beta3
CCA(J,K)=CCA2(J,K)+CCA3(J,K)-CCA(J,K)
CCA(J,K)=MAX(CCA(J,K),0.0)

C-----Balayage retour-----
CCA3(IS1(IB),K)=A3(IS1(IB))*CCA3(IS1(IB)+1,K)+B3(IS1(IB))
DO J=1,IS2(IB)-IS1(IB)
CCA2(IS2(IB)-J,K)=A2(IS2(IB)-J)*CCA2(IS2(IB)-J+1,K)+B2(IS2(IB)-J)
CCA(IS2(IB)-J,K)=CCA2(IS2(IB)-J,K)
&          +CCA3(IS2(IB)-J,K)-CCA(IS2(IB)-J,K)
CCA(IS2(IB)-J,K)=MAX(CCA(IS2(IB)-J,K),0.0)
ENDDO !fin de la boucle sur les sections balayage retour
!CCA contient les concentrations dues a la diffusion
!et aux echanges, sans convection (tache immobile)
!c'est à partir de cette nouvelle disribution que sera effectué le
!calcul convectif

C-----CALCUL DE LA CONCENTRATION FINALE (Holly-Preissmann sur la
convection)-----
C-----conditions amont en concentration et en sa dérivée-----
CCXA(IS1(IB),K)=(CCA(IS1(IB)+1,K)-CCA(IS1(IB),K))/
&          (XGEO(IS1(IB)+1)-XGEO(IS1(IB)))
CCA1(IS1(IB),K)=CCAMONT

choixcar=.FALSE. !initialisation du booléen déterminant le mode
d'interpolation
!dans la méthode des caractéristiques
nrk=10 !nombre de pas dans l'application de la methode de
Runge-Kutta

C-----
DO J=IS1(IB)+1,IS2(IB) !début de la boucle sur les sections

DXM=XGEO(J)-XGEO(J-1) !dx amont de la section courante

dtrk=DT/nrk !pas de temps pour Runge-Kutta

Jref=J !numero de la section de référence pour
l'interpolation

if ((Jref+1).LE.IS2(IB)) then
DXV=XGEO(Jref+1)-XGEO(Jref) !dx aval ( pas défini pour la
dernière section)
DX2=DXM+DXV
endif

icompt=0 !compte le nombre de sections traversées par la
caractéristique
dxp=0.0 !réel<0 donnant la distance du pied (P) de la
caractéristique à

```



```

                                !la section de référence (XP=Xref+dxp)
C-----DEBUT DE RUNGE-KUTTA-----
-----
C-----première intégration sur le temps-----
---
      DO irk=1,nrk
        vit=terpvit(Jref-1,Jref,DT-(irk-1)*dtrk,DXM+dxp) !terpvit fournit une
        dx1=-0.5*dtrk*vit                                !interpolation des
vitesse
        vit=terpvit(Jref-1,Jref,DT-(irk-0.5)*dtrk,DXM+dxp+dx1)
        dx1=(1./3.)*dx1-(dtrk/3.)*vit
        dx22=-0.5*dtrk*vit
        vit=terpvit(Jref-1,Jref,DT-(irk-0.5)*dtrk,DXM+dxp+dx22)
        dx22=-(dtrk/3.)*vit
        dx3=-dtrk*vit
        vit=terpvit(Jref-1,Jref,DT-irk*dtrk,DXM+dxp+dx3)
        dxp=dxp-(dtrk/6.)*vit+dx22+dx1

C-----Traversée d'une section-----
-----
      IF ((-dxp).GT.DXM) THEN
        icompt=icompt+1                                !icompt est incrémenté

C-----si la section n'est pas la section d'entrée du bief on continue-----
-----
        if (Jref.GE.(IS1(IB)+2)) then

          Jref=Jref-1                                !alors la section de référence devient la
précédente
          dxp=dxp+DXM                                !dxp est recalculé à partir de cette section

          DXM=XGEO(Jref)-XGEO(Jref-1)
          DXV=XGEO(Jref+1)-XGEO(Jref)                !les pas d'espace aussi
          DX2=DXM+DXV

C-----si la section est la section d'entrée du bief on doit trouver-----
-
C-----à quel temps la caractéristique l'intercepte-----

          else

          choixcar=.TRUE.    !on lance alors une intégration par Runge-Kutta
          GO TO 10            !sur l'espace

          endif
        ENDIF

C-----Fin de Runge Kutta sur le temps-----
--
      ENDDO

      choixcar=.FALSE.
      alpha=-dxp/DXM                !calcul du coef pour l'interpolation

C-----calcul des dérivées des concentrations-----
---
      if (Jref.NE.IS2(IB)) then
        CCXA(Jref,K)=(1/DX2)*(DXM*(CCA(Jref+1,K)-CCA(Jref,K))/DXV+
&                                DXV*(CCA(Jref,K)-CCA(Jref-1,K))/DXM)
      else
        CCXA(Jref,K)=(CCA(Jref,K)-CCA(Jref-1,K))/DXM
      endif

```

```

        if (Jref.GE.IS1(IB)+2) then          !Rq: sinon CCXA(IS1(IB)) a été rentré
au début
        DXM1=XGEO(Jref-1)-XGEO(Jref-2)
        DX21=DXM+DXM1
        CCXA(Jref-1,K)=(1/DX21)*(DXM1*(CCA(Jref,K)-CCA(Jref-1,K))/DXM+
&                                     DXM*(CCA(Jref-1,K)-CCA(Jref-2,K))/DXM1)
        endif
C-----calcul de la nouvelle concentration par interpolation-----
---
        CCA1(J,K)=CCA(Jref,K)+(alpha**2)*(3-2*alpha)*
&                                     (CCA(Jref-1,K)-CCA(Jref,K))
&                                     +(alpha**2)*(1-alpha)*DXM*CCXA(Jref-1,K)
&                                     -((1-alpha)**2)*alpha*DXM*CCXA(Jref,K)

        CCA1(J,K)=MAX(0.0,CCA1(J,K))

C-----Runge Kutta sur l'espace (seulement si choixcar=TRUE)-----
-----
10      CONTINUE

        IF (choixcar) THEN

                dtp=0.0                      !analogue à dxp mais dans le temps
                Jref=J

C-----double bouclage sur les sections traversées et le nombre de pas pour-----
C-----une meilleure precision
        do isect=1,icompt
                DXM=XGEO(Jref)-XGEO(Jref-1)
                dxrk=DXM/nrk                !calcul du pas d'intégration pour chaque maille
                do irk=1,nrk
                        vit=terpvit(Jref-1,Jref,DT+dtp,DXM-(irk-1)*dxrk)
                        dt1=-0.5*dxrk/vit
                        vit=terpvit(Jref-1,Jref,DT+dtp+dt1,DXM-(irk-0.5)*dxrk)
                        dt1=(1./3.)*dt1-(dxrk/3.)/vit
                        dt2=-0.5*dxrk/vit
                        vit=terpvit(Jref-1,Jref,DT+dtp+dt2,DXM-(irk-0.5)*dxrk)
                        dt2=-(dxrk/3.)/vit
                        dt3=-dxrk/vit
                        vit=terpvit(Jref-1,Jref,DT+dtp+dt3,DXM-irk*dxrk)
                        dtp=dtp-(dxrk/6.)/vit+dt1+dt2
                enddo
                Jref=Jref-1
        enddo

                Jref=Jref+1                  !Jref vaut alors IS1(IB)+1 à la fin du bouclage

                alpha=-dtp/DT
                vit=terpvit(Jref-1,Jref,DT+dtp,0.0)
                vit=0.5*(VM(Jref)+vit)      !moyenne des vitesses sur la maille de
référence
                !on la calcule car dans ce cas DX est remplacé par vit*DT dans la
formule

C-----interpolation-----
-----
C-----l'expression est différente selon que CCA1(Jref) est l'inconnue ou non--
---
C-----i.e. selon que la section courante est la 2ème du bief ou non-----

        if (Jref.EQ.J) then

```

```

    beta1=1-(alpha**2)*(3-2*alpha)+alpha*((1-alpha)**2)*vit*DT/DXM
    gamma1=1+alpha*((1-alpha)**2)*vit*DT/DXM
    delta1=(alpha**2)*(3-2*alpha)*CCA(Jref-1,K)+
&    (alpha**2)*(1-alpha)*vit*DT*CCXA(Jref-1,K)

    CCA1(J,K)=(delta1+beta1*CCAMONT)/gamma1

    else
    beta1=1-(alpha**2)*(3-2*alpha)+alpha*((1-alpha)**2)*vit*DT/DXM
    delta1=(alpha**2)*(3-2*alpha)*CCA(Jref-1,K)+
&    (alpha**2)*(1-alpha)*vit*DT*CCXA(Jref-1,K)-
&    alpha*((1-alpha)**2)*vit*DT*CCA1(Jref,K)/DXM
    CCA1(J,K)=delta1+beta1*CCAMONT

    endif

    CCA1(J,K)=MAX(0.0,CCA1(J,K)) !valeur de la concentration dans la section
courante
    ENDIF

    ENDDO

C-----Stockage des concentrations dans tout le bief au temps t-----
    DO J=IS1(IB),IS2(IB)
        CCA(J,K)=CCA1(J,K)
    ENDDO

    END SUBROUTINE

C-----FONCTION D'INTERPOLATION DES VITESSES ENTRE 2 SECTIONS ISC1 ET ISC2
C-----les débits et les sections sont interpolés linéairement tant dans
C-----l'espace que dans le temps puis v=q/s

    FUNCTION TERPVIT(ISC1,ISC2,deltat,deltax)

    PARAMETER (NSECT=$NSC,NPOIN=$NPOIN)
    COMMON/RINI/ QT(NSECT),FIC1(NSECT,2)
    COMMON/RINIA/QTA(NSECT),FIC2(NSECT),SMA(NSECT),
&    FIC3(NSECT,3)
    COMMON/TEMPS/ FIC8(3),DT,FIC9(3)
    COMMON/RST/SM(NSECT),FIC4(NSECT,2)
    COMMON/RGEO/ FIC5,XGEO(NSECT),FIC6(NPOIN,4),FIC7(3,NSECT)
    REAL q,qa,s,sa

    q=(QT(ISC2)-QT(ISC1))*deltax/(XGEO(ISC2)-XGEO(ISC1))+QT(ISC1)
    qa=(QTA(ISC2)-QTA(ISC1))*deltax/(XGEO(ISC2)-XGEO(ISC1))+QTA(ISC1)

    s=(SM(ISC2)-SM(ISC1))*deltax/(XGEO(ISC2)-XGEO(ISC1))+SM(ISC1)
    sa=(SMA(ISC2)-SMA(ISC1))*deltax/(XGEO(ISC2)-XGEO(ISC1))+SMA(ISC1)

    q=(q-qa)*deltat/DT+qa
    s=(s-sa)*deltat/DT+sa

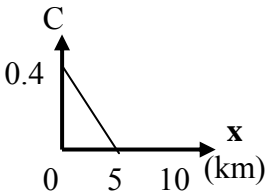
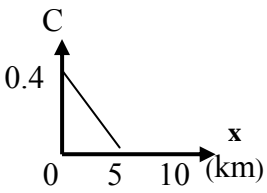
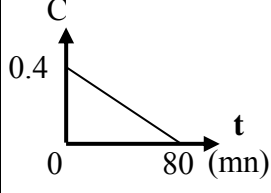
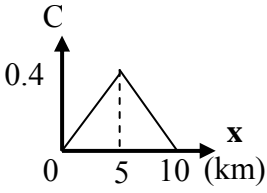
    TERPVIT=q/s

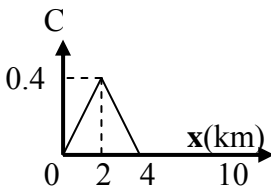
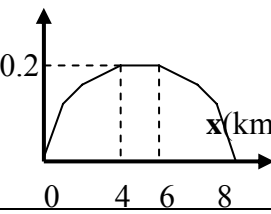
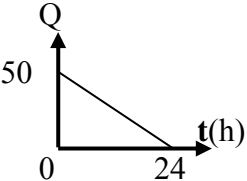
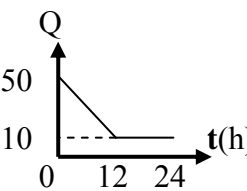
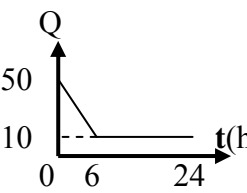
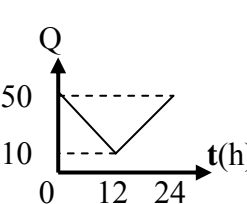
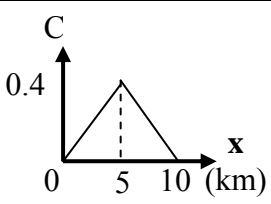
    END

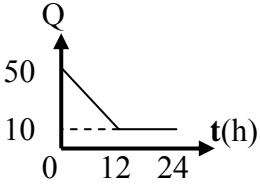
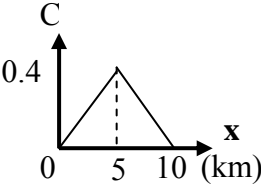
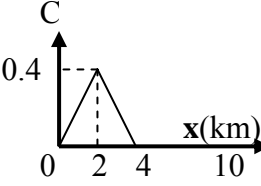
```

## ANNEXE D

### LISTE DES TESTS EFFECTUES

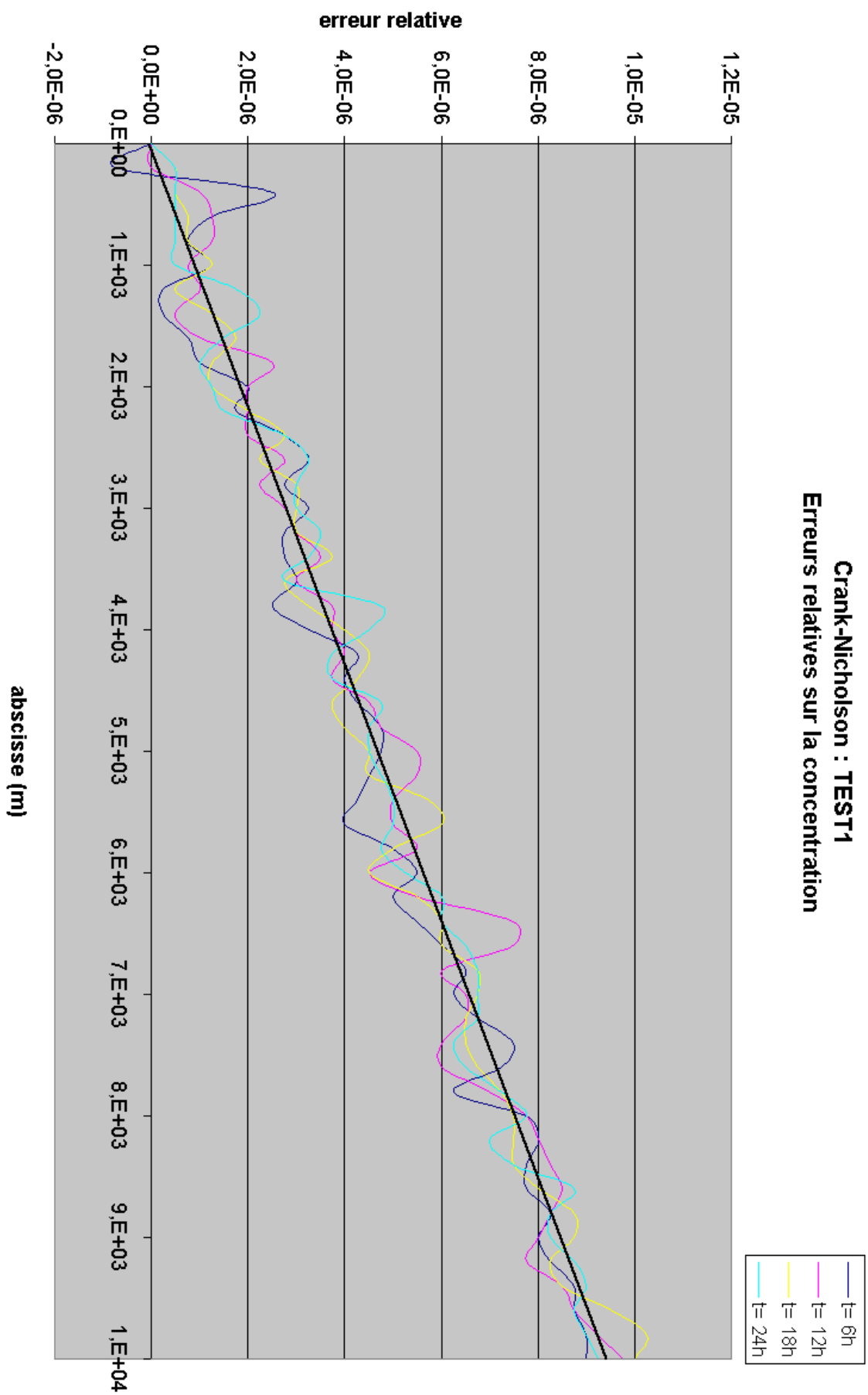
TEST	Géométrie	Débit initial		Concentrations initiales (kg/ m <sup>3</sup> )	Débit imposé aux nœuds amont		Concentrations imposées aux nœuds amont		Temps final (jours)	dt (mn)	dx (m)	Echange	Diffusion : D (m <sup>2</sup> /s)
		bief	Débit (m <sup>3</sup> /s)		Nœud	Débit au nœud (m <sup>3</sup> /s)	Nœud	Concen - tration au nœud (kg/ m <sup>3</sup> )				loi eq./ loi ch.	
<b>1</b>	1	50		0.4	50		0.4		1	10	200	non	0
<b>2</b>	2	1	50	0.4	50		0.4		1	10	200	non	0
		2	50										
<b>3</b>	3	1	25	0.4	1	25	1	0.4	1	10	200	non	0
		2	25		2	25	2	0.4					
		3	50										
<b>4</b>	4	1	50	0.4	50		0.4		1	10	200	non	0
		2	25										
		3	25										
<b>5</b>	5	1	50	0.4	50		0.4		1	10	200	non	0
		2	25										
		3	25										
		4	50										
<b>6.1</b>	1	50			50		0.4		1	10	200	non	0
<b>6.2</b>	1	50			50			0	1	10	200	non	0
<b>6.3</b>	1	50			50		0		1	10	200	non	0

6.4	1	50		50	0	1	10	200	non	0
6.5	1	50		50	0	1	10	200	non	0
7.1	1	50	0.4		0.4	1	10	200	non	0
7.2	1	50	0.4		0.4	1	10	200	non	0
7.3	1	50	0.4		0.4	1	10	200	non	0
7.4	1	50	0.4		0.4	1	10	200	non	0
8.1 8.2 et 8.3	1	50	0.4	50	0.4	10	10, 60 et 360	200	non	0
8.4 et 8.5	1	50		50	0	1	1 et 60	200	non	0

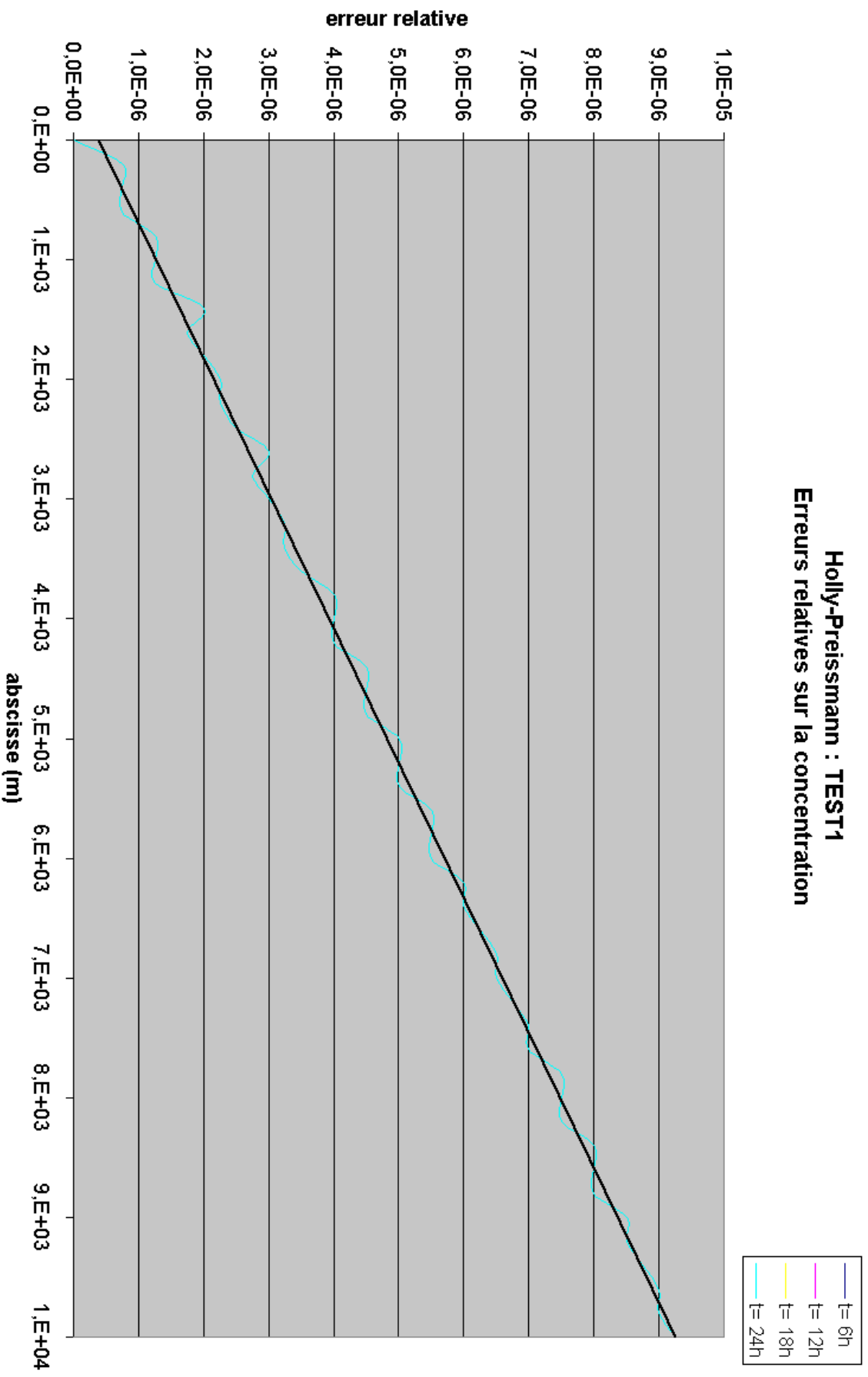
<b>8.6</b>	1	50	0.4		0.4	1	60	200	non	0
<b>9.1 et 9.2</b>	1.1 et 1.2	50		50	0	1	10	10 <sup>3</sup> et 50	non	0
<b>10</b>	1	50		50	0	1	10	200	non	1 à 10 <sup>3</sup>
<b>11</b>	1	50	0 (érosion)	50	0	1	10	200	1 à 8 1	0
<b>12</b>	1	50	0 (érosion)	50	0	1	10	200	6 1 à 6	0
<b>13</b>	1	50	3 (dépôt)	50	3	1	10	200	1 à 8 1	0

# ANNEXE E

## RESULTATS DES TESTS

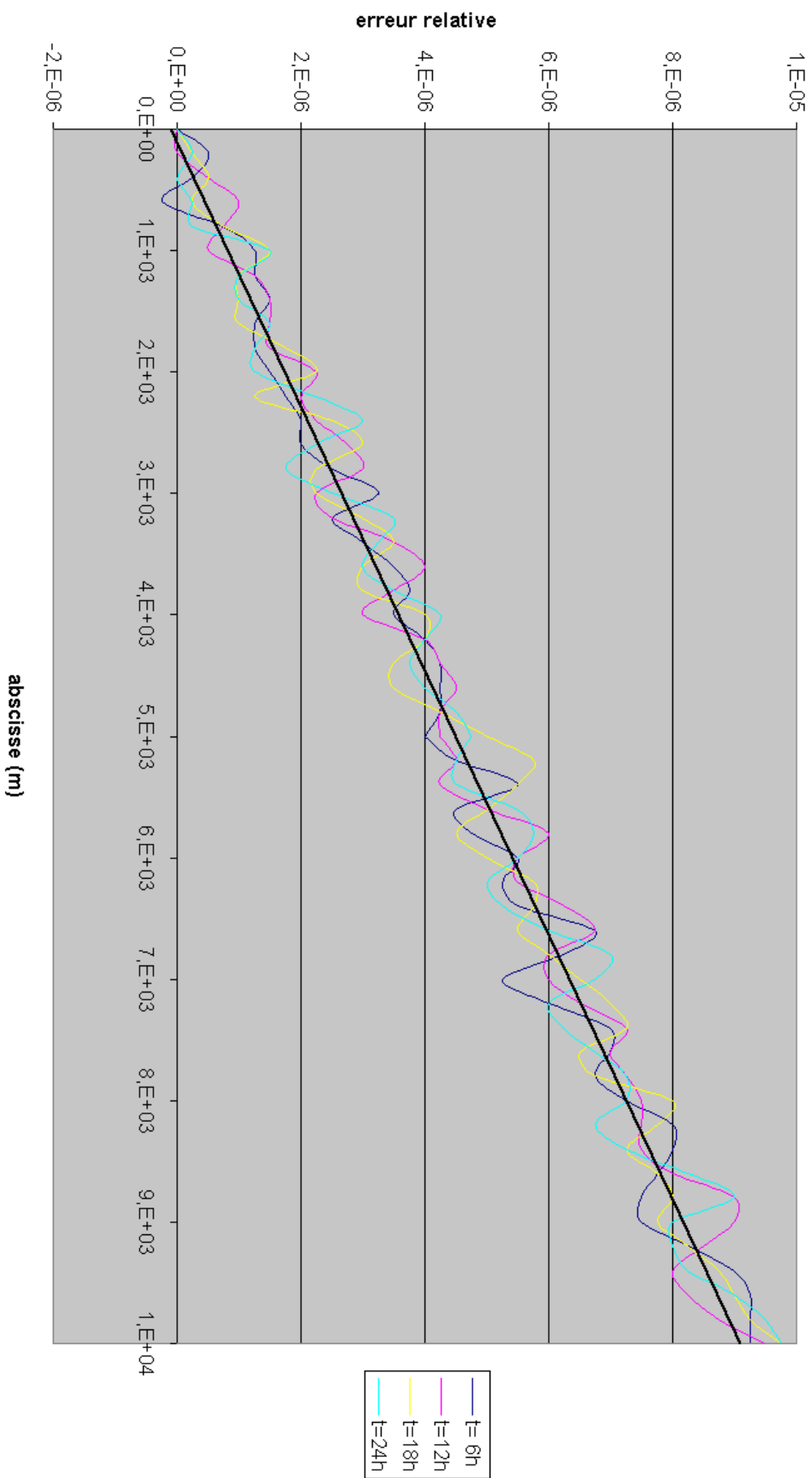


# Holly-Preissmann : TEST1 Erreurs relatives sur la concentration



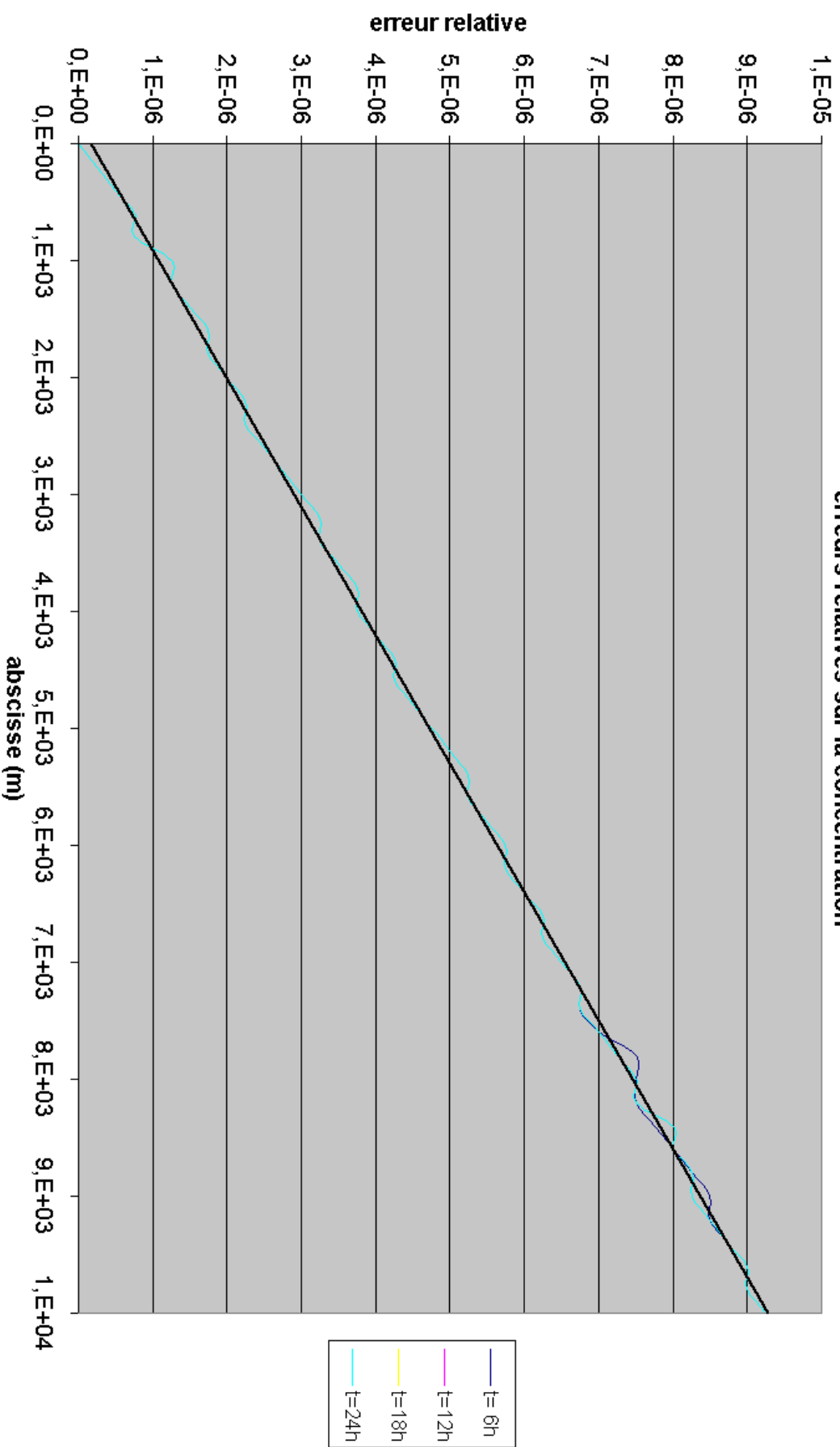


# **Crank-Nicholson : TEST2** **erreurs relatives sur la concentration**

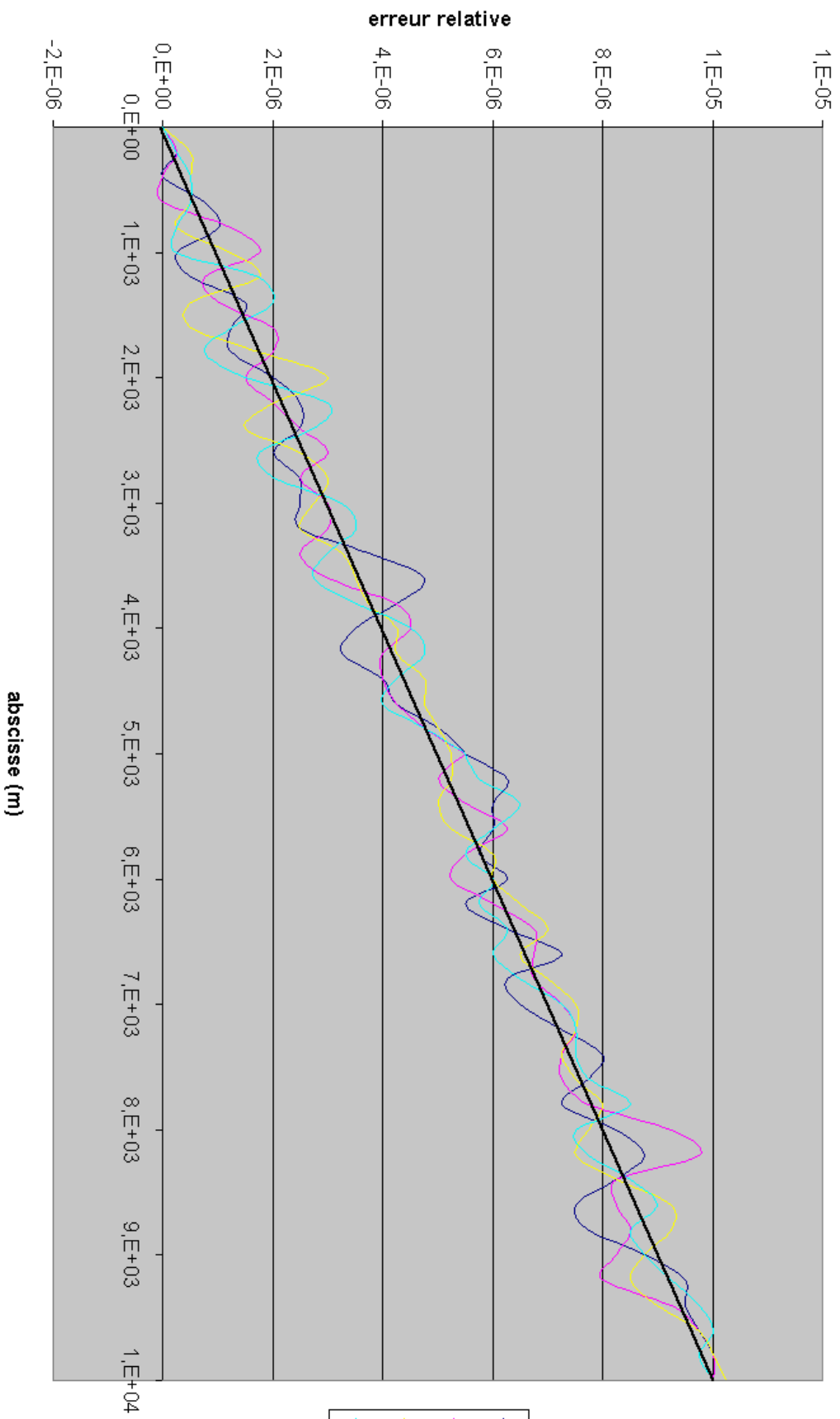


# Holly-Preissmann : TEST2

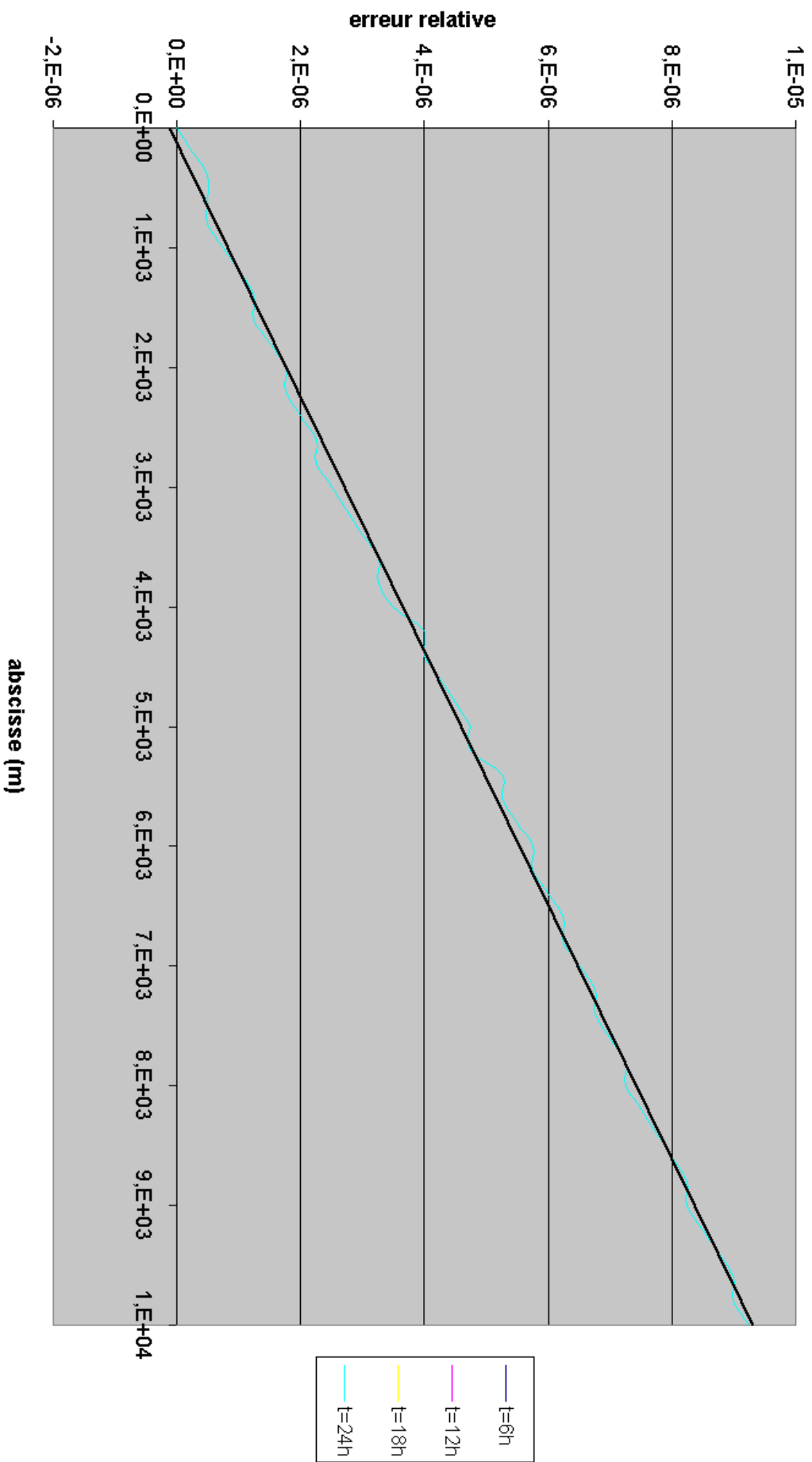
## erreurs relatives sur la concentration



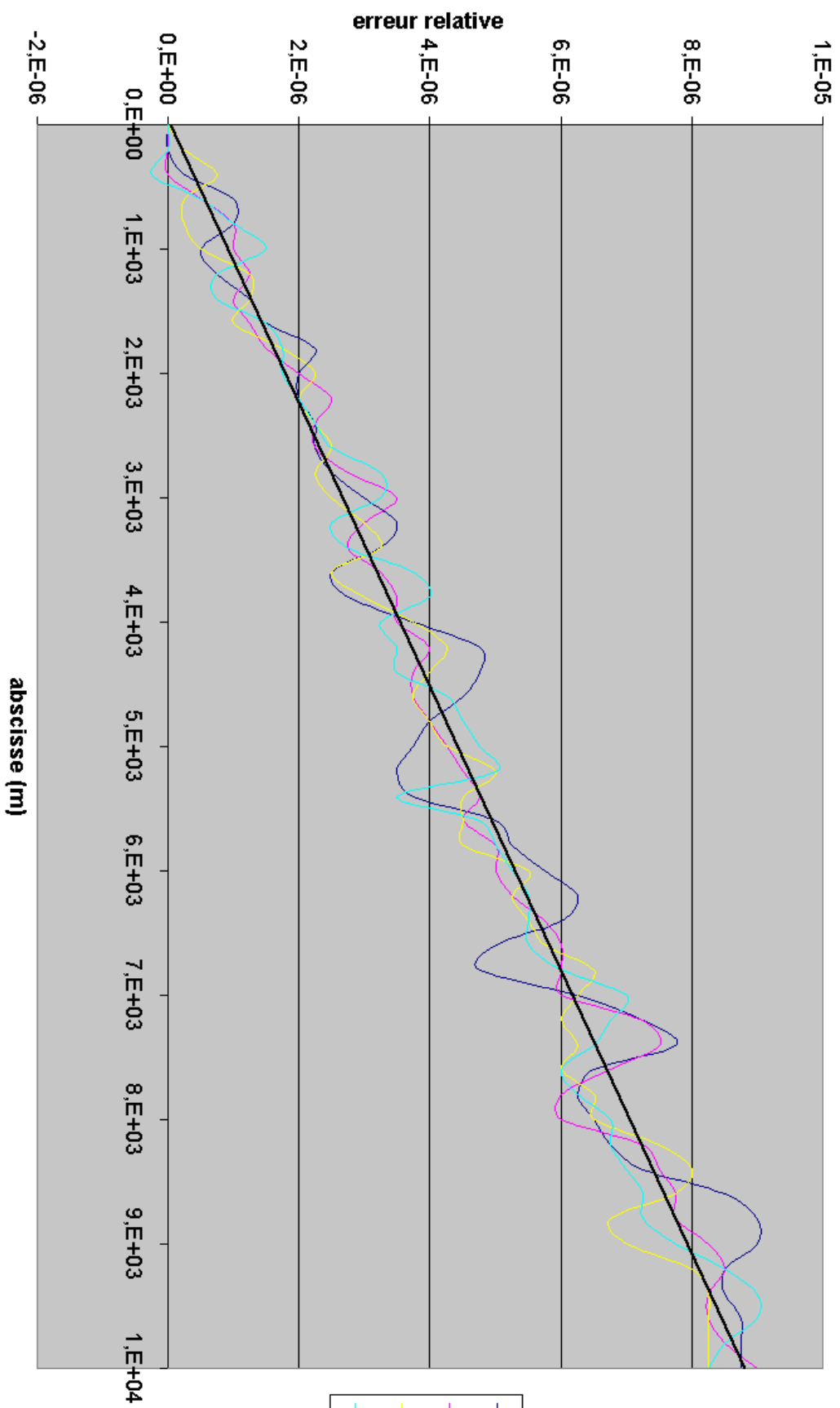
### Crank-Nicholson : TEST3 erreurs relatives en concentration



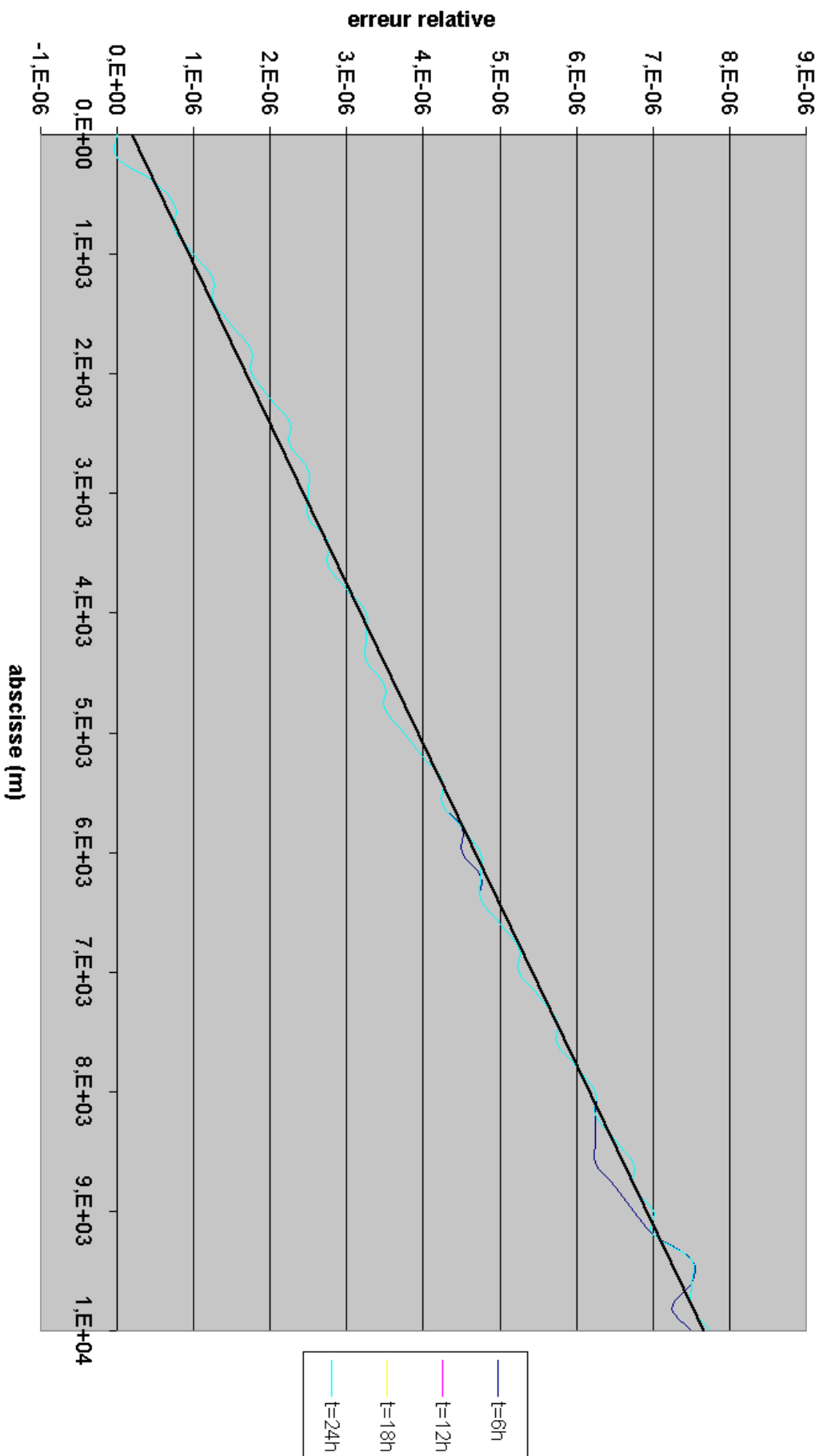
# Holly-Preissmann : TEST3 erreurs relatives en concentration



# **Crank-Nicholson : TEST4** **erreurs relatives en concentration**

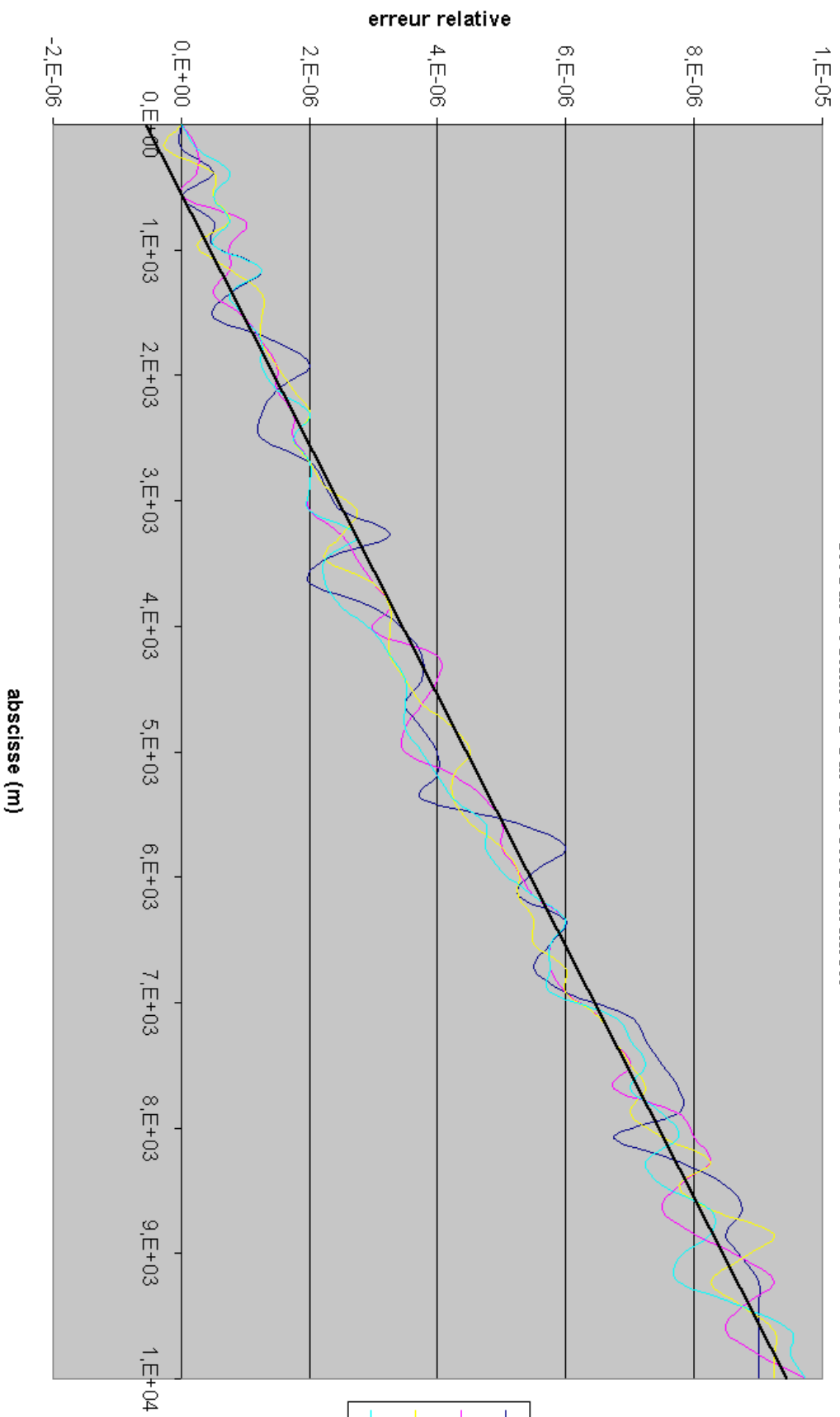


# Holly-Preissmann : TEST4 erreurs relatives en concentration

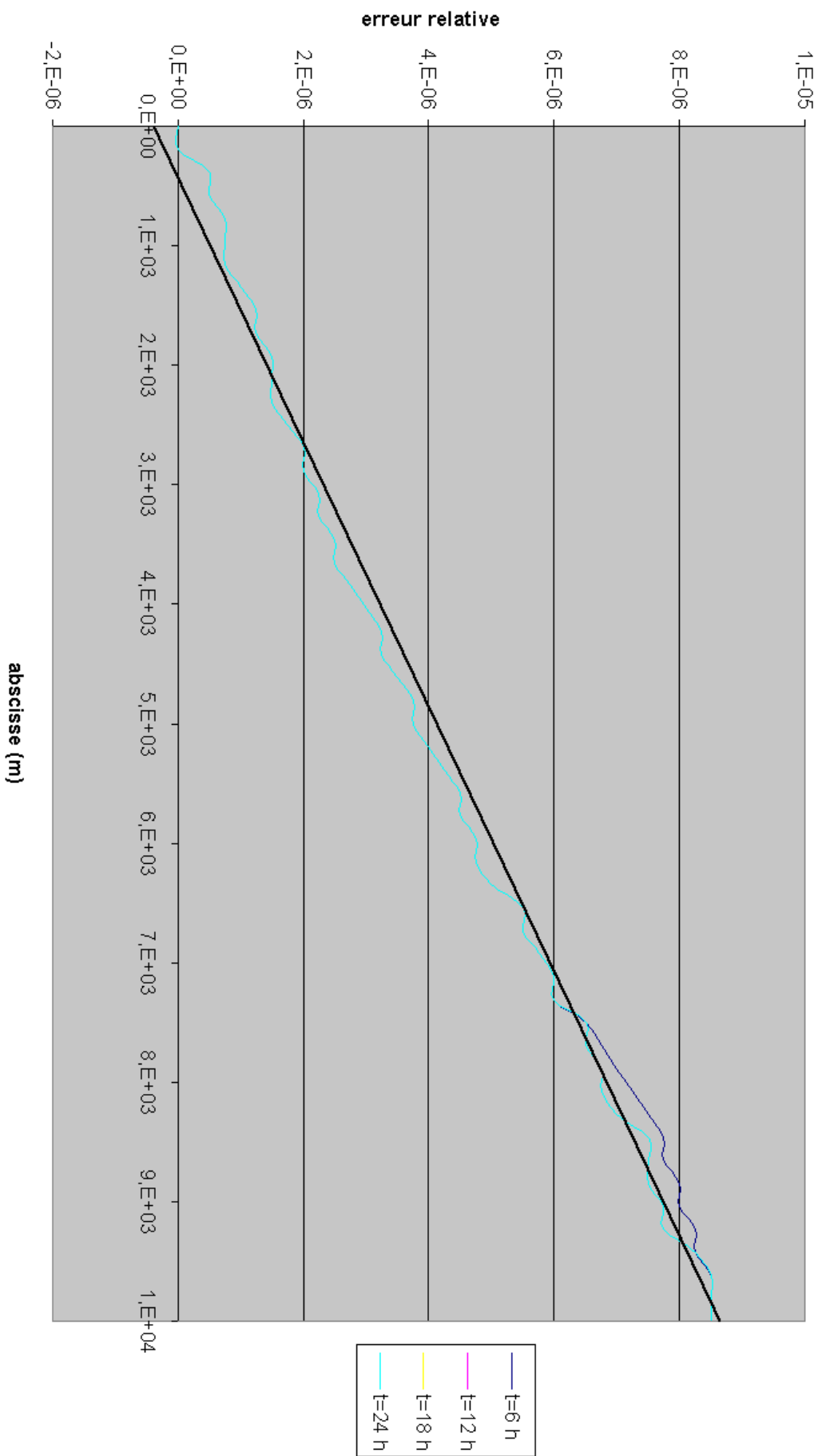


### Crank-Nicholson : TEST5

#### erreurs relatives sur la concentration

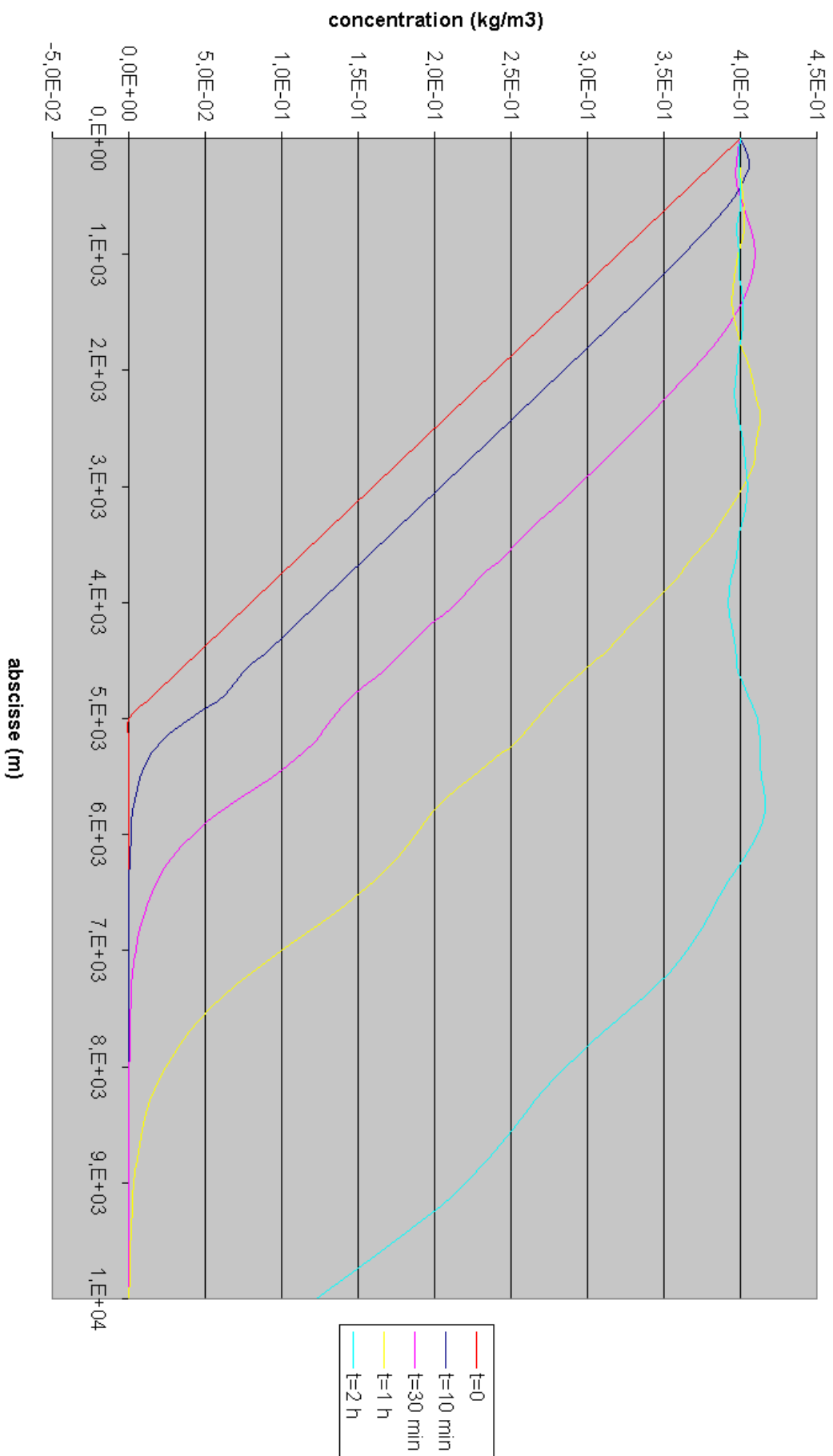


# Holly-Preissmann : TEST5 erreurs relatives sur la concentration

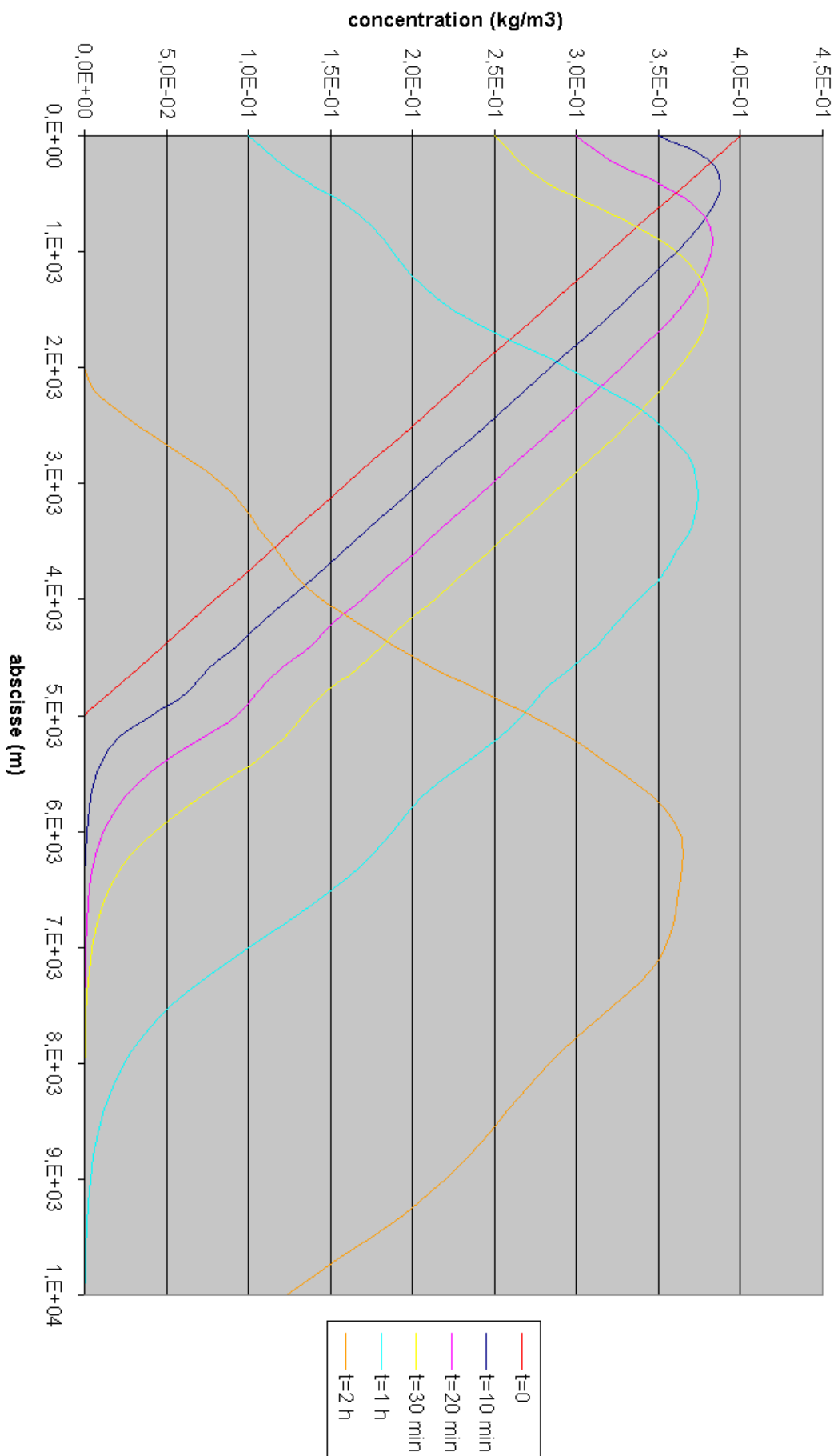




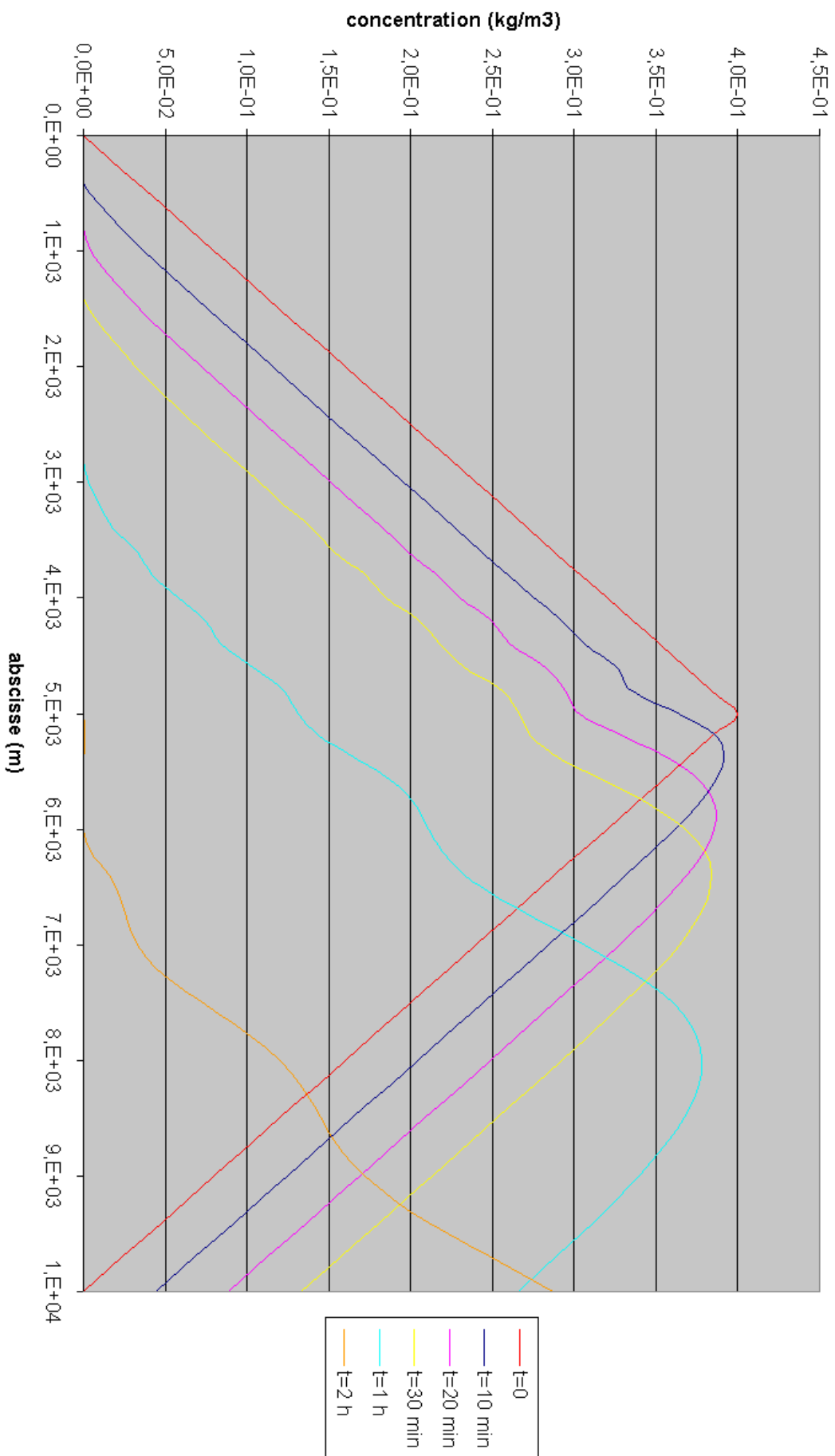
### Cranck-Nicholson : TEST 6.1



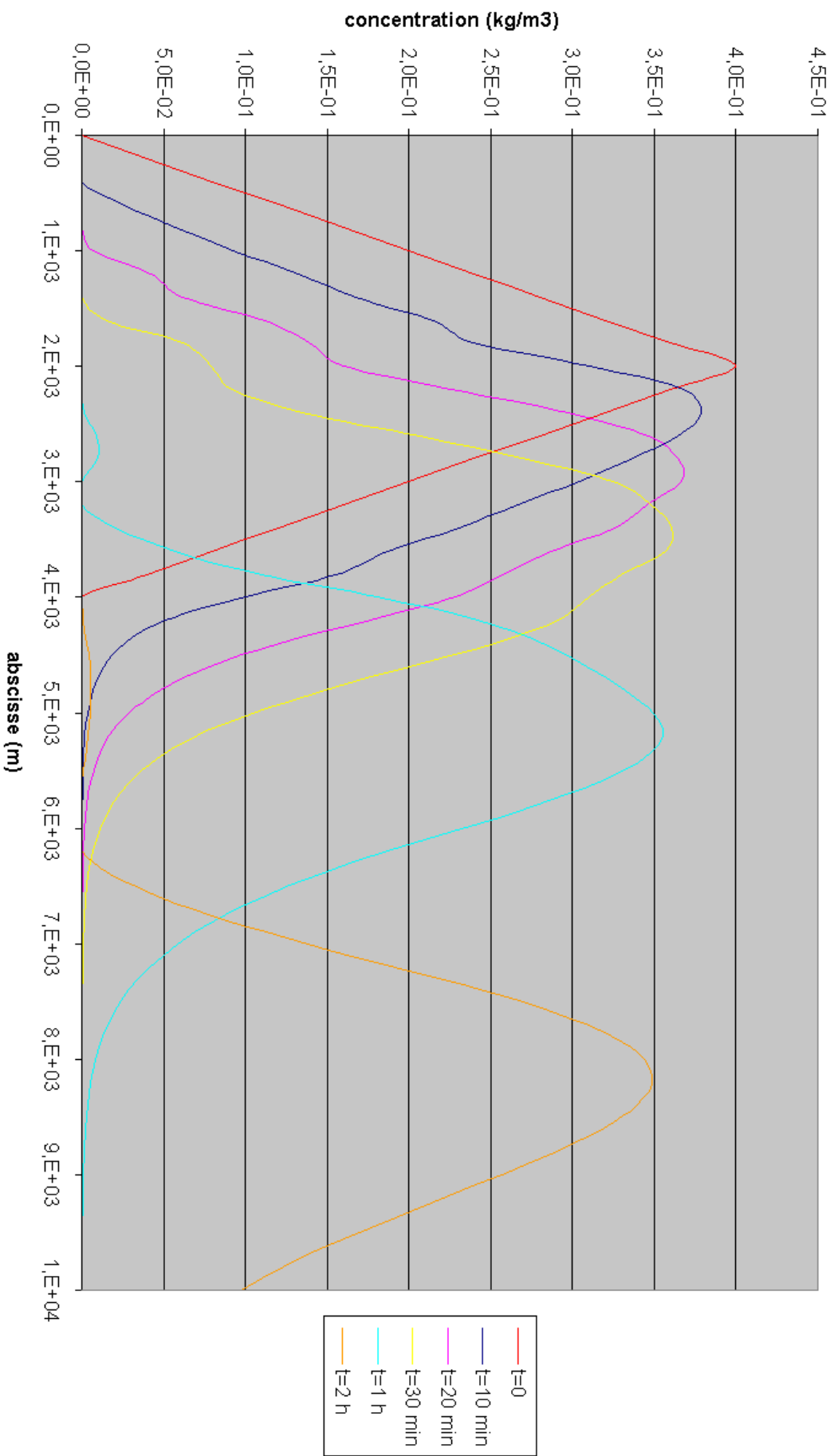
### Crank-Nicholson : TEST 6.2



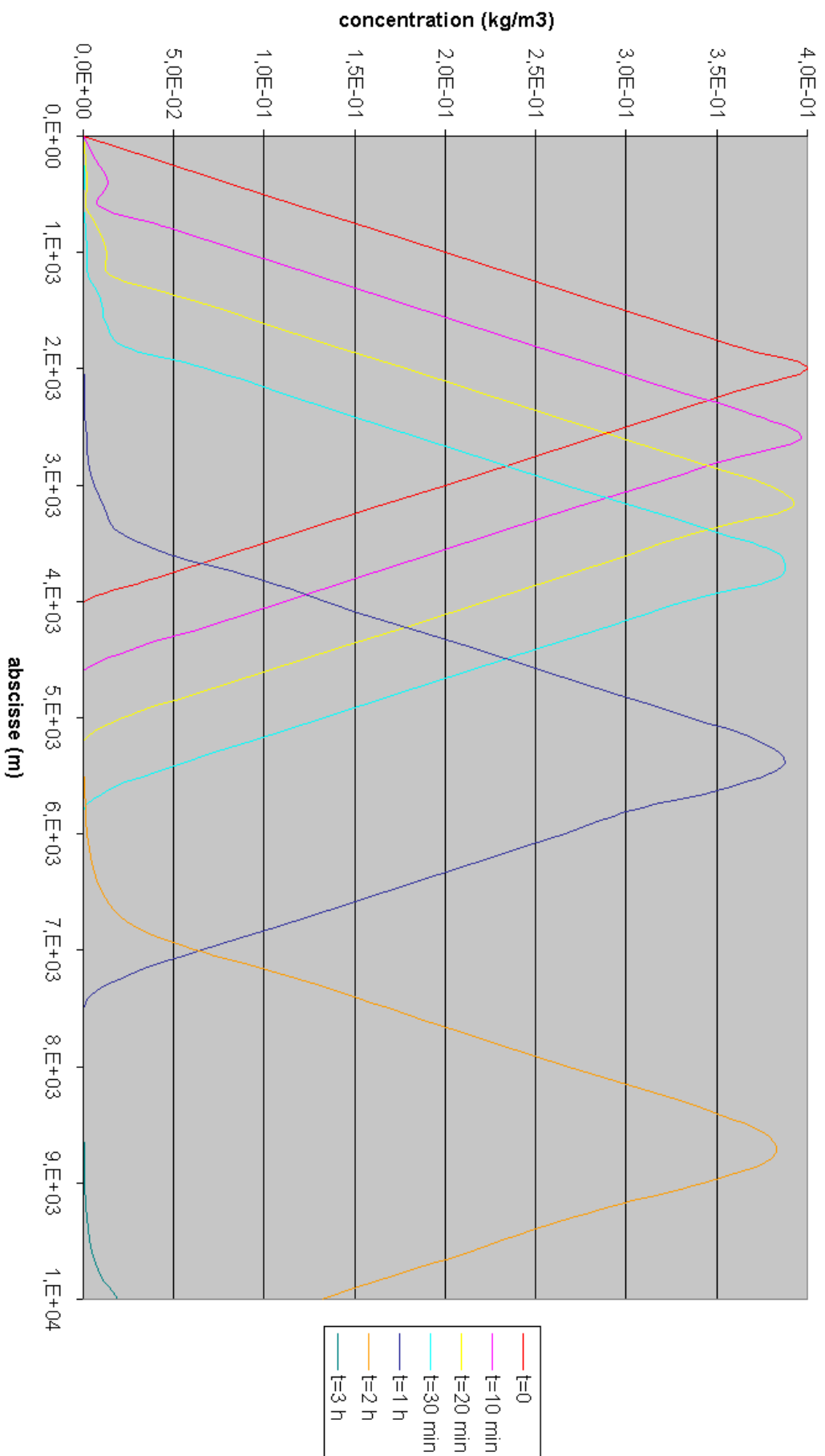
### Crank-Nicholson : TEST 6.3



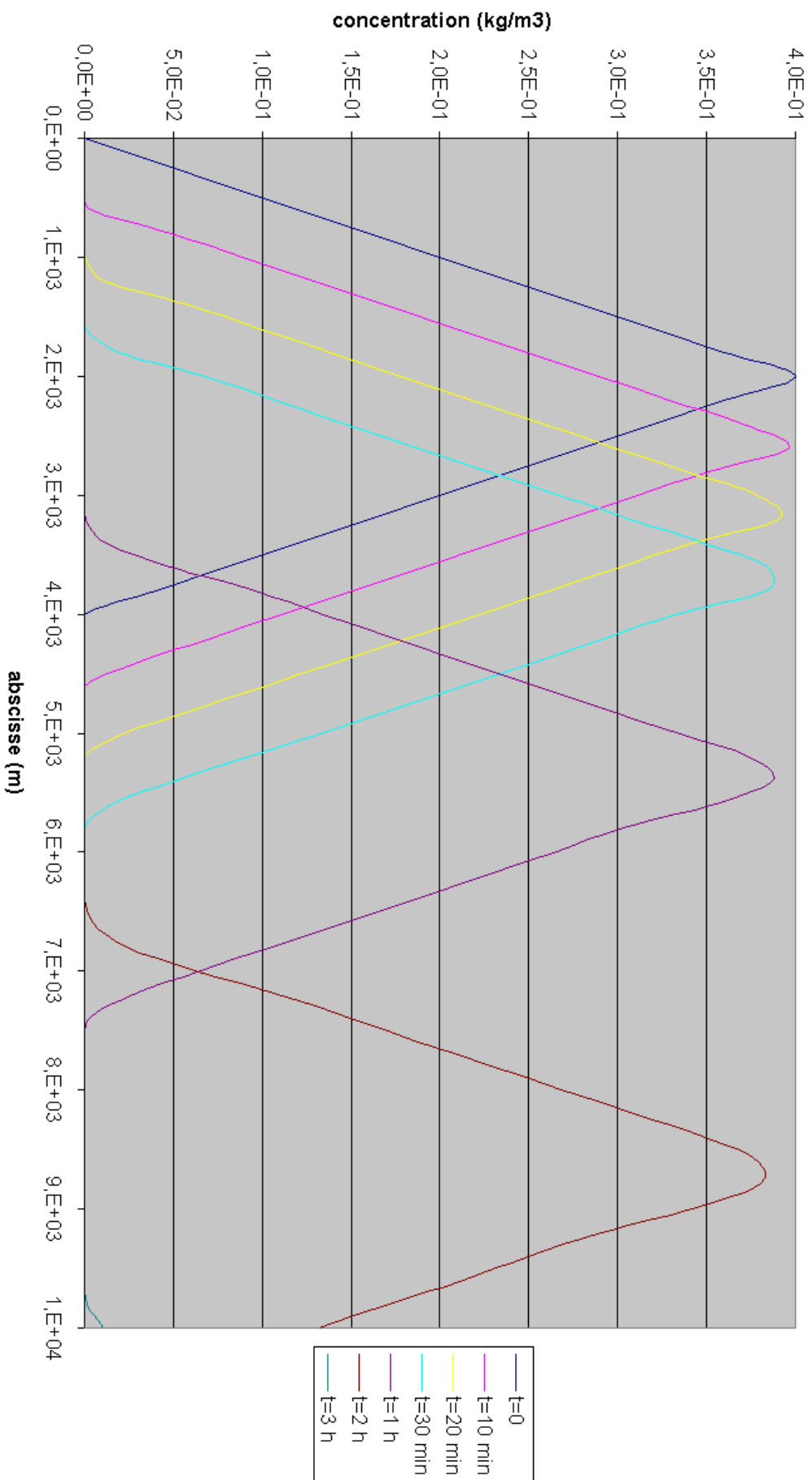
# Crank-Nicholson : TEST 6.4



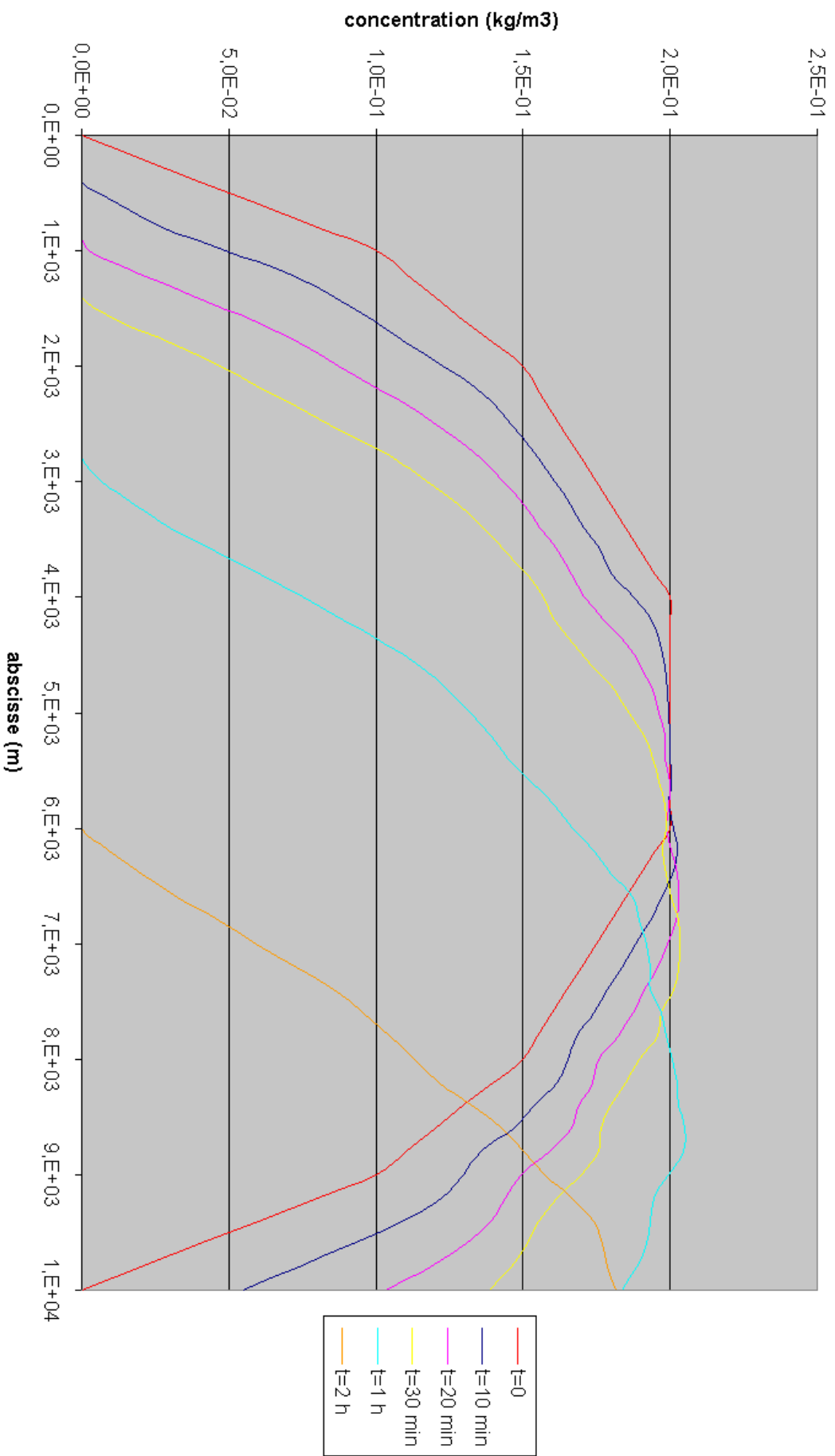
# Holly-Preissmann : TEST 6.4



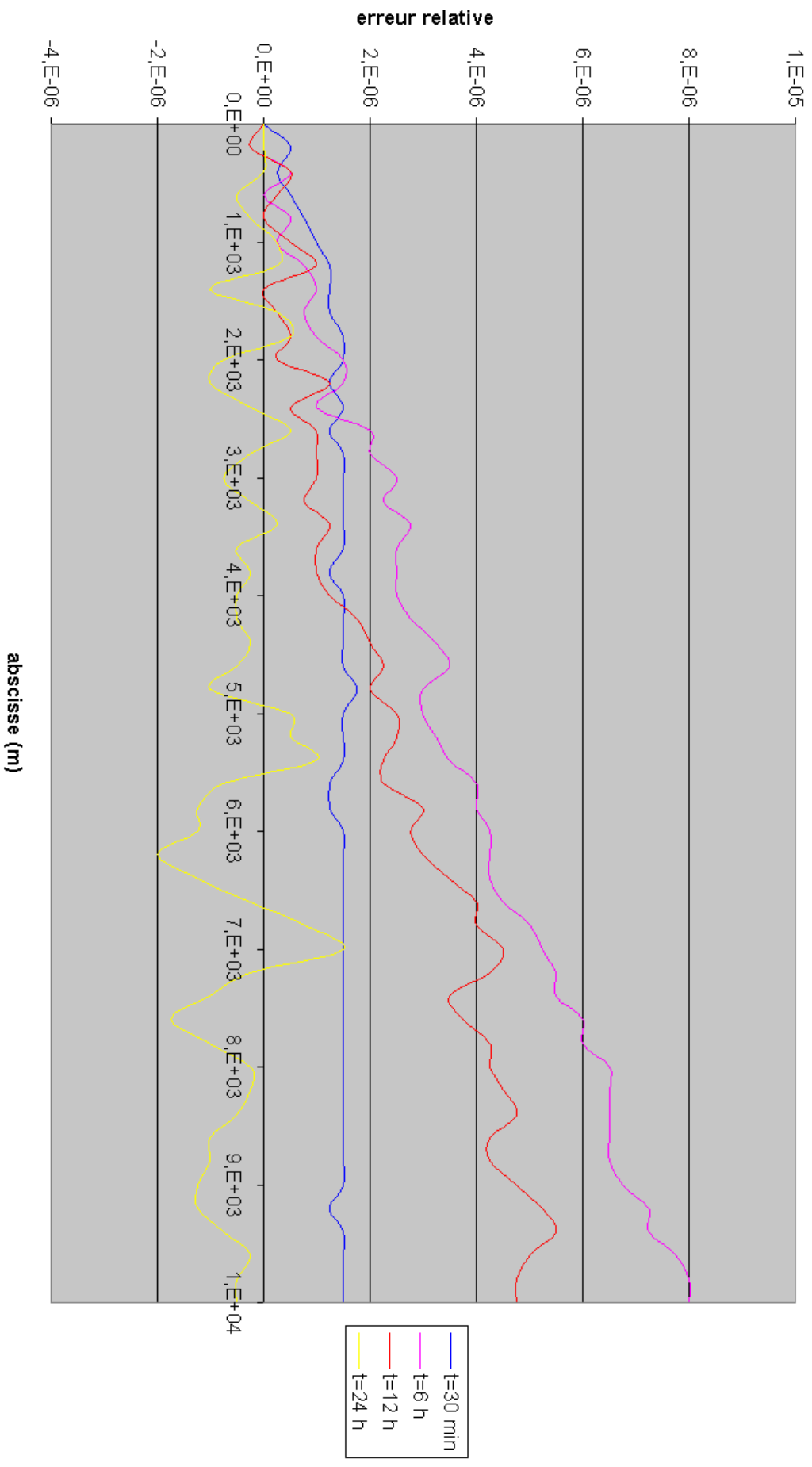
# Holly-Preissmann : TEST 6.4 Condition amont en $dc/dx$ modifiée



# Crank-Nicholson : TEST 6.5

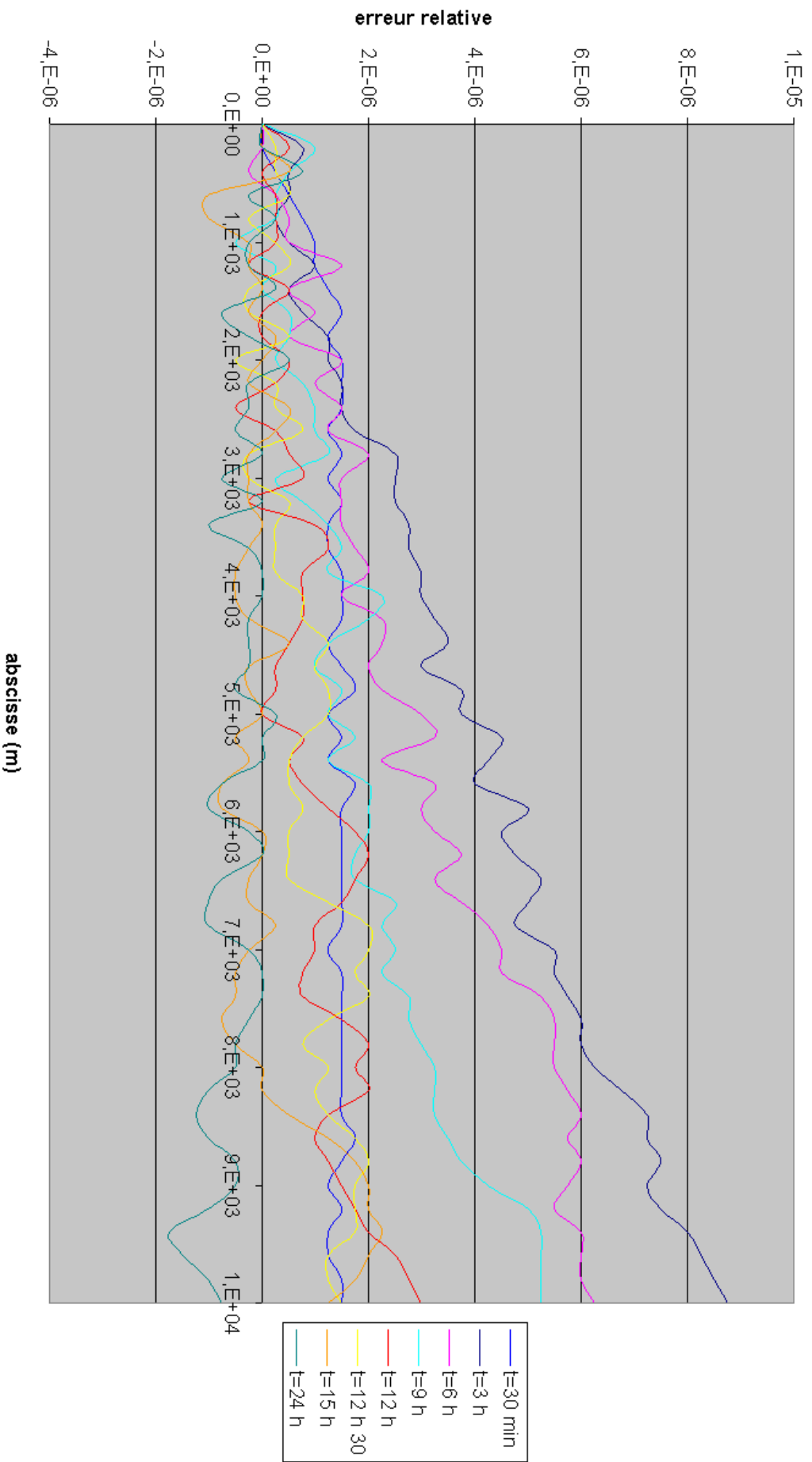


# **Crank-Nicholson : TEST 7.1** **erreur relative sur la concentration**



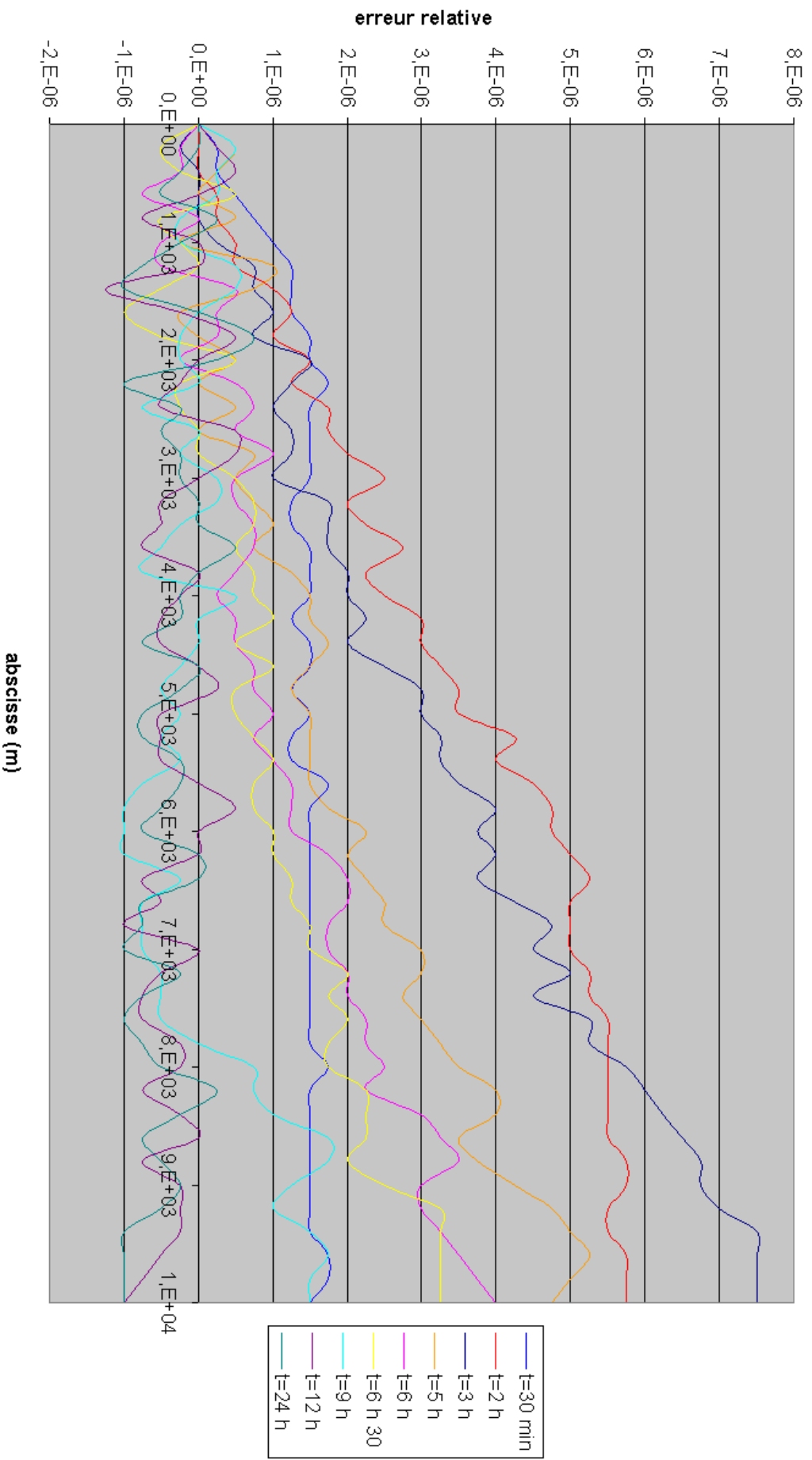


# **Crank-Nicholson : TEST 7.2** **erreur relative sur la concentration**



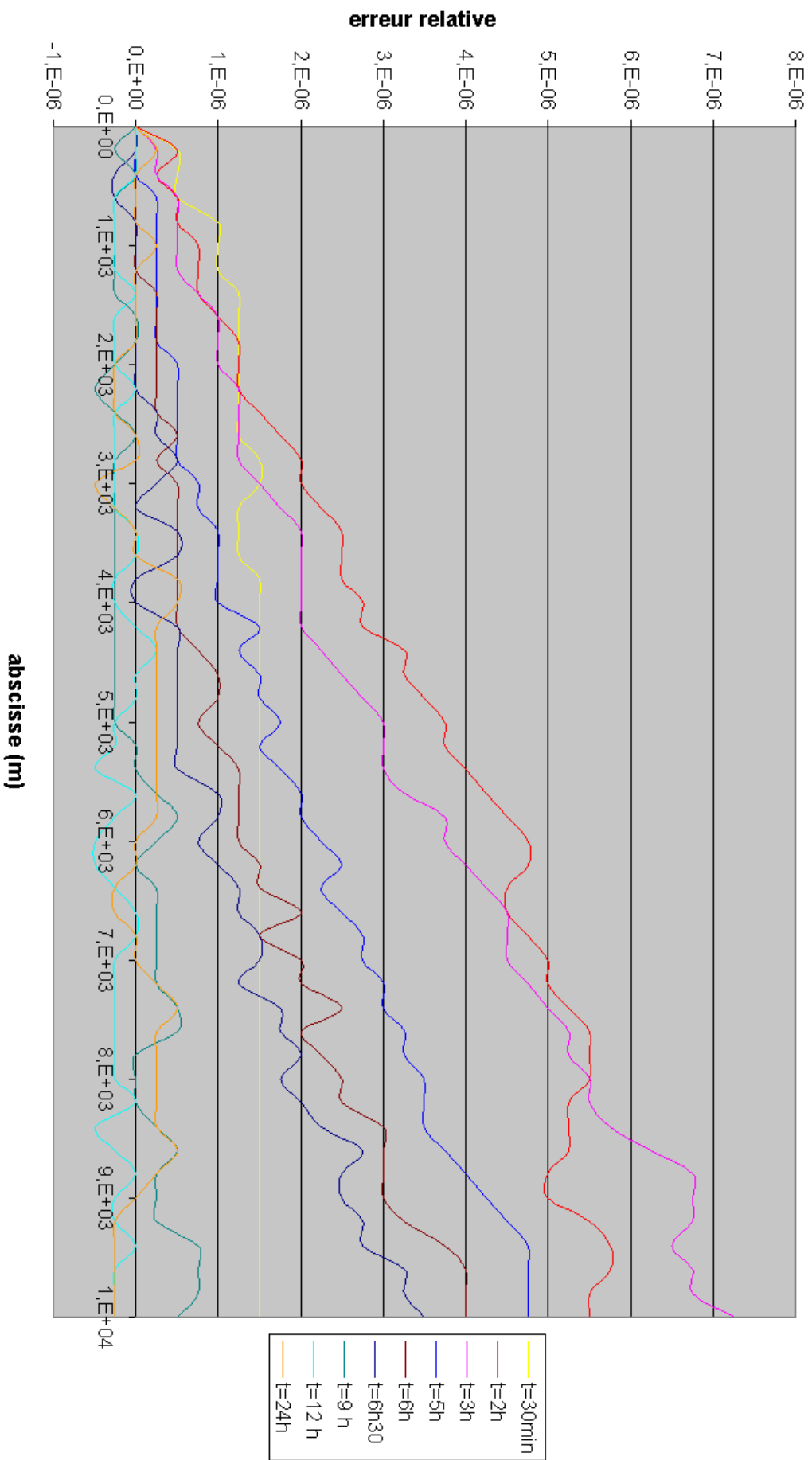
### Crank-Nicholson : TEST 7.3

#### erreur relative sur la concentration

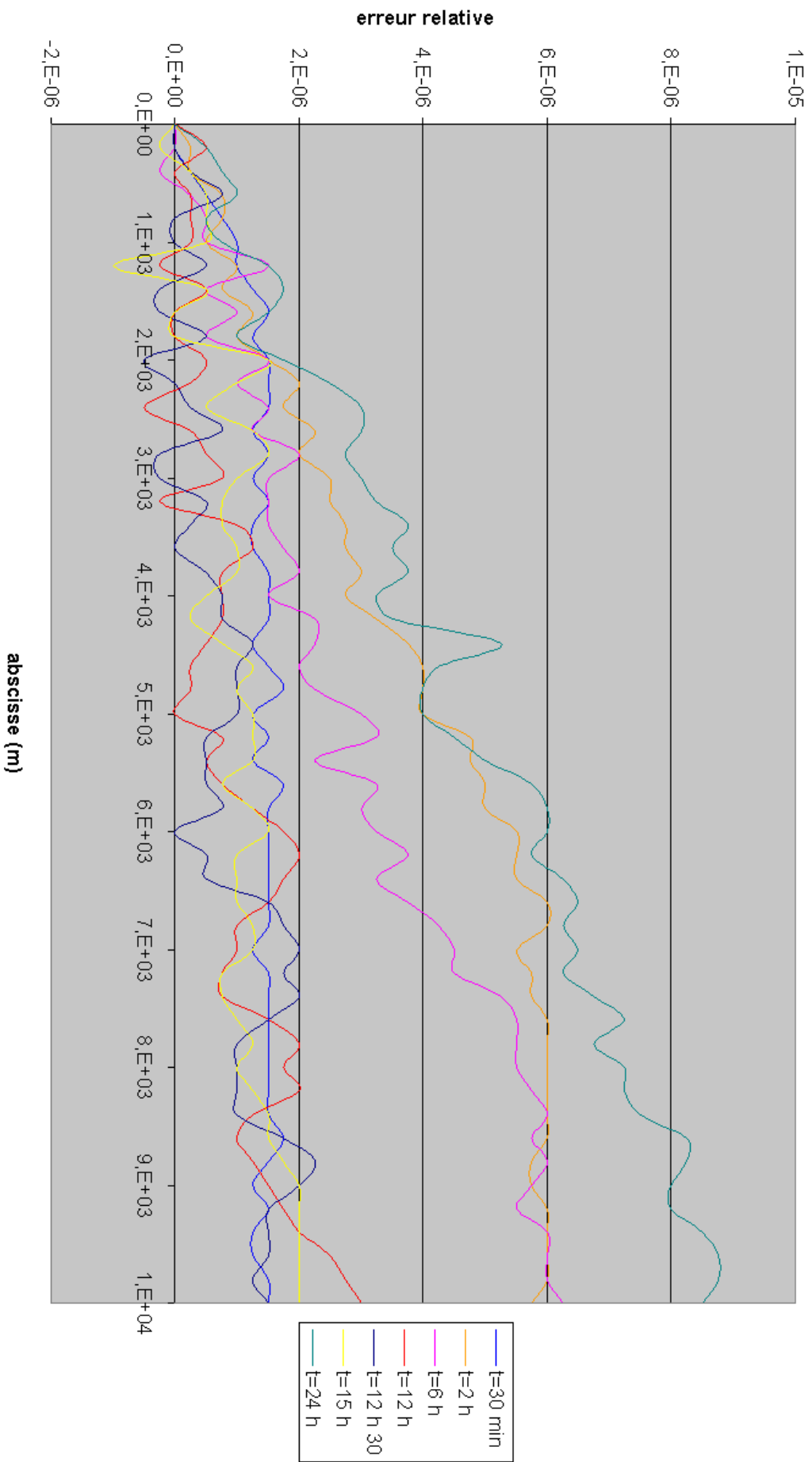


### Holly-Preissmann : TEST 7.3

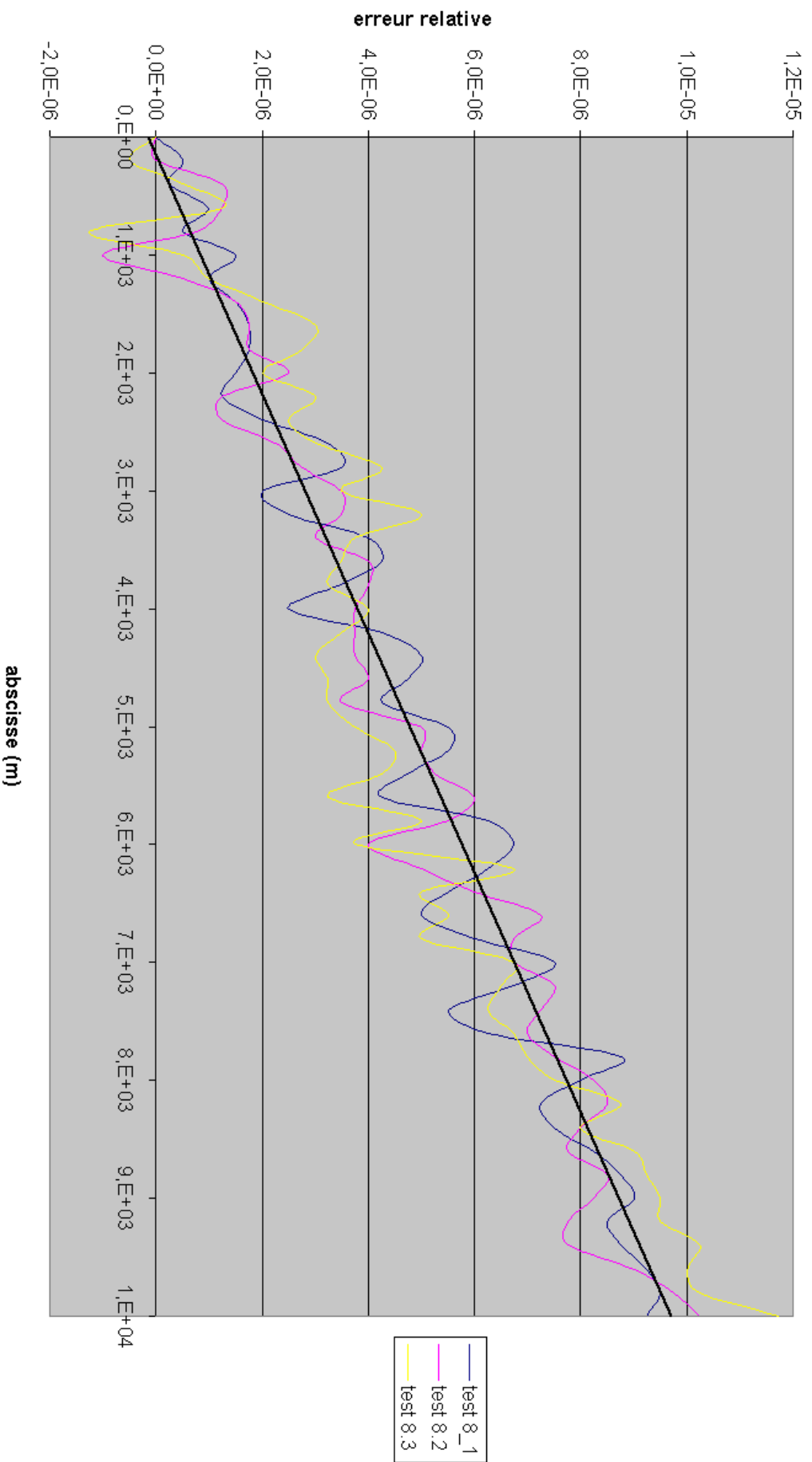
#### erreurs relatives en concentration



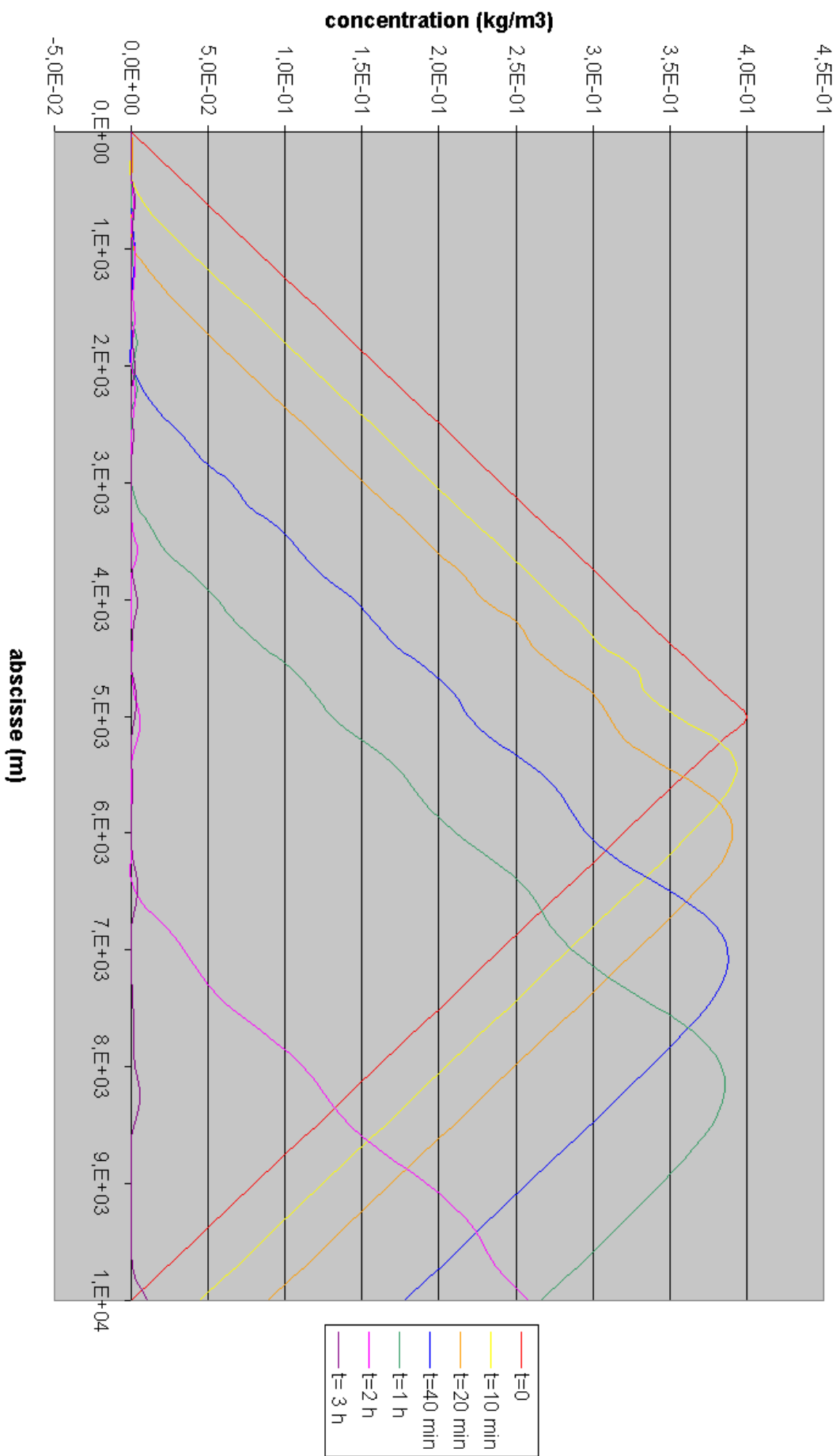
# **Crank-Nicholson : TEST 7.4** **erreur relative sur la concentration**



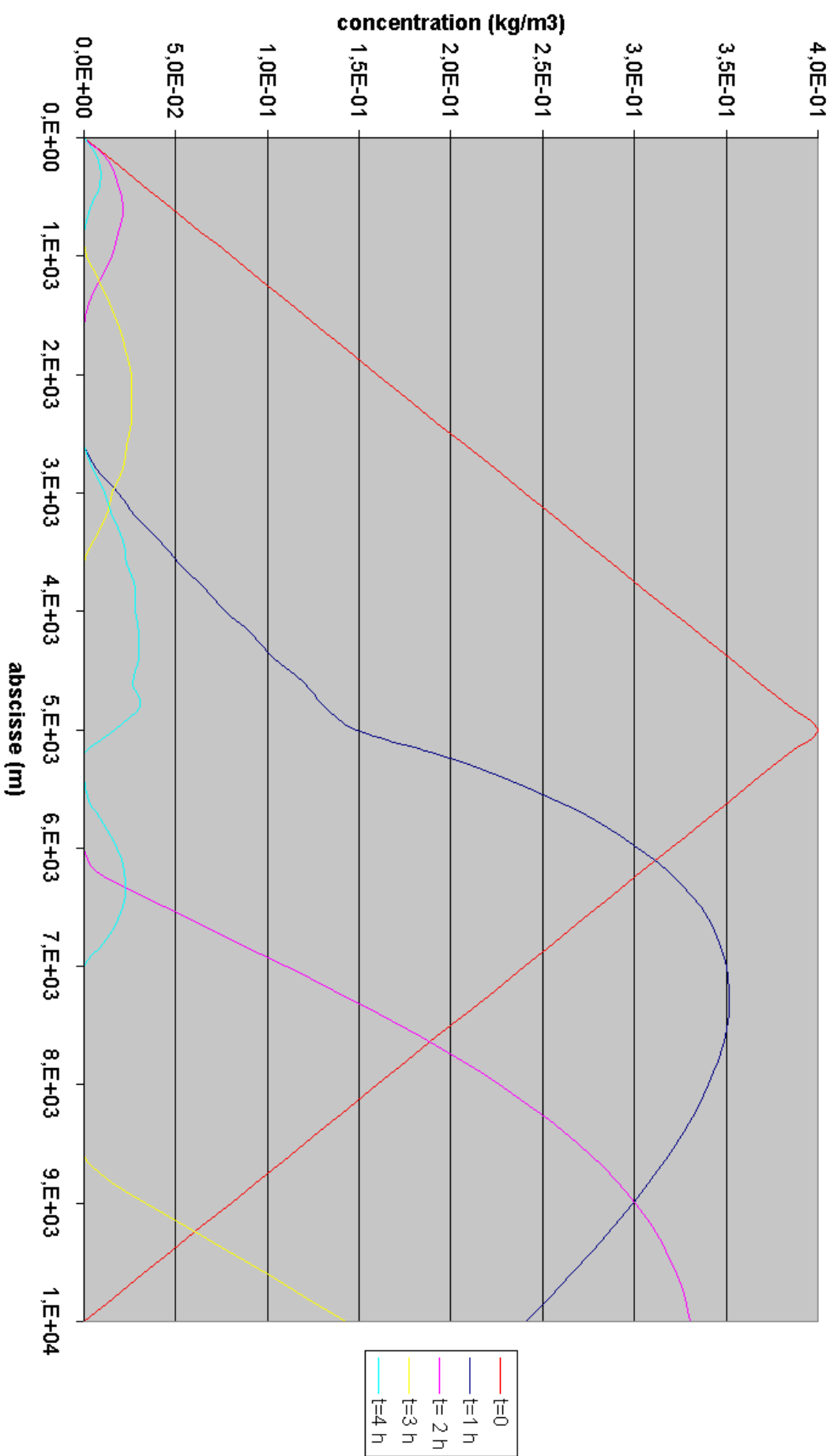
**Crank-Nicholson : TESTS 8.1, 8.2 et 8.3**  
**erreurs relatives en concentratin au temps final (24 h)**



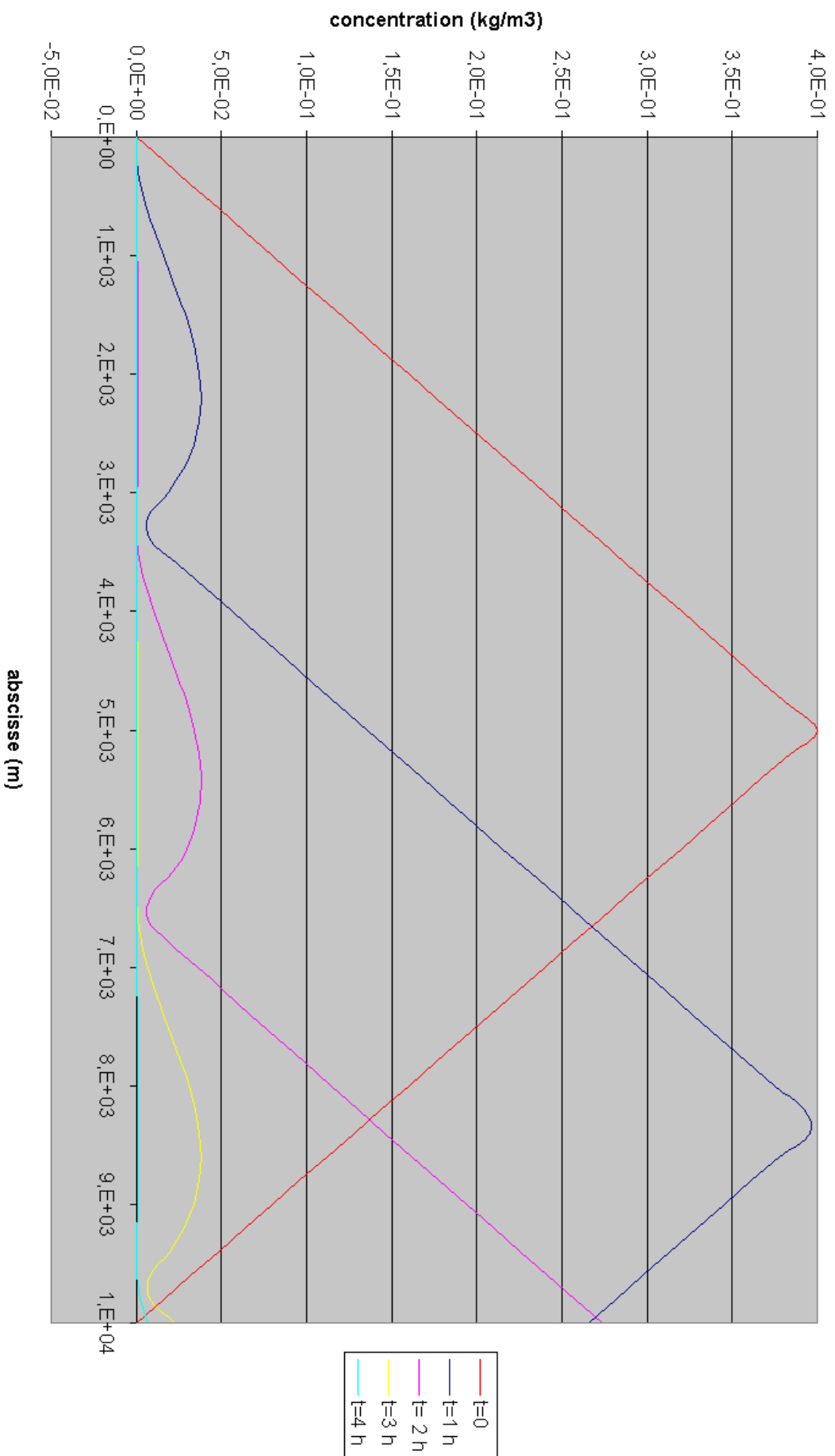
### Crank-Nicholson : TEST 8.4



# Crank-Nicholson : TEST 8.5

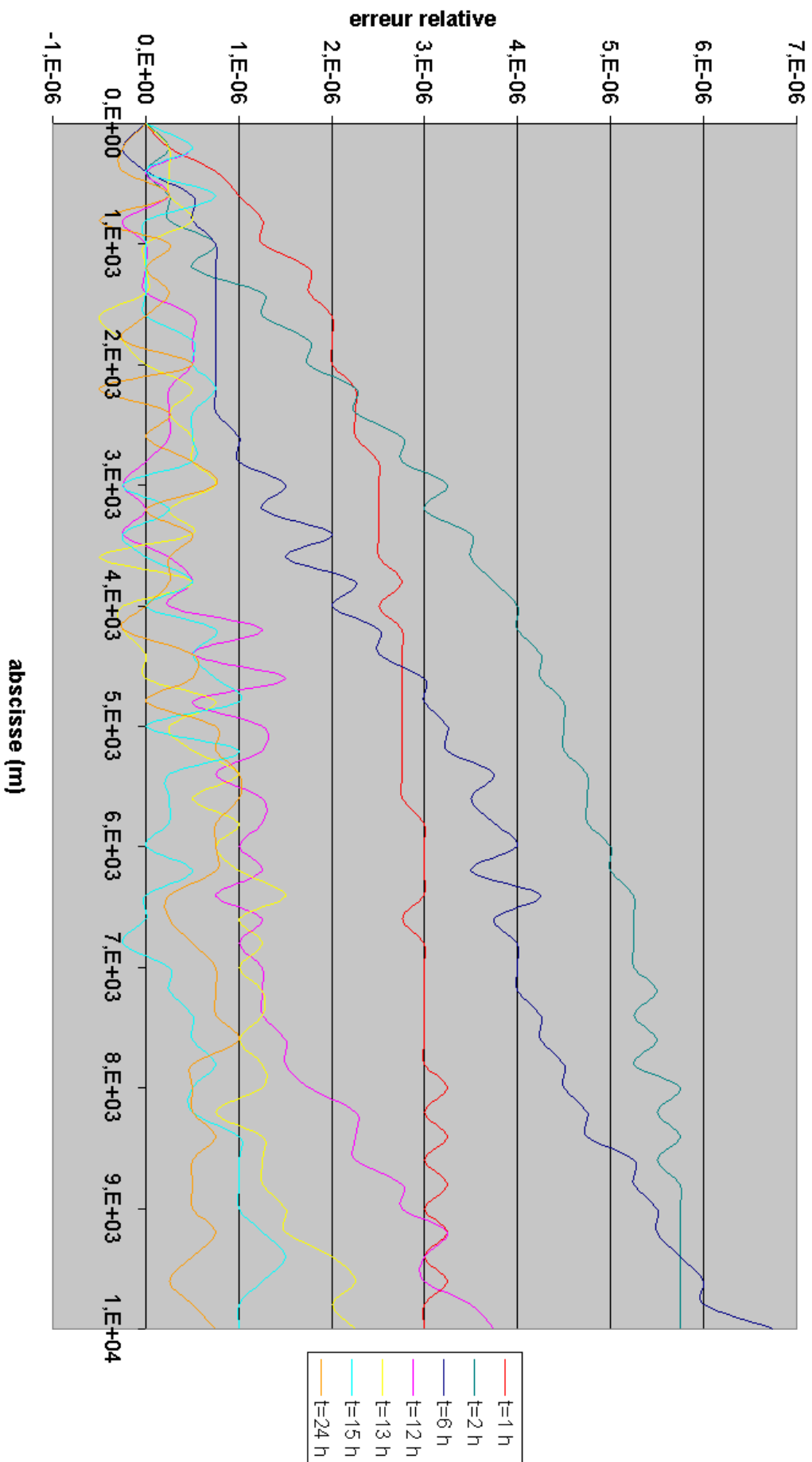


# Holly-Preissmann : TEST 8.5



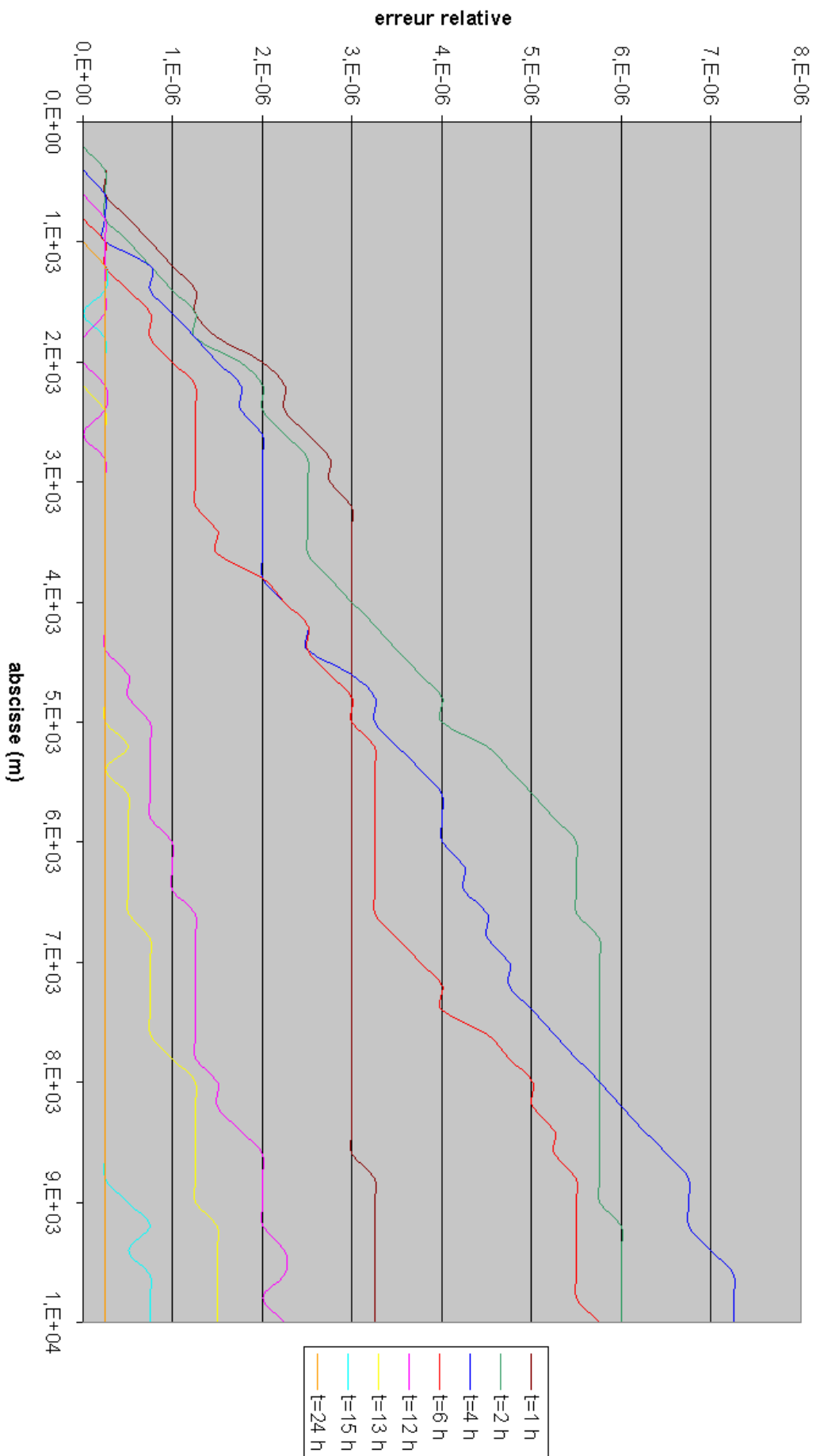


# **Crank-Nicholson : TEST 8.6** **erreurs relatives sur la concentration**

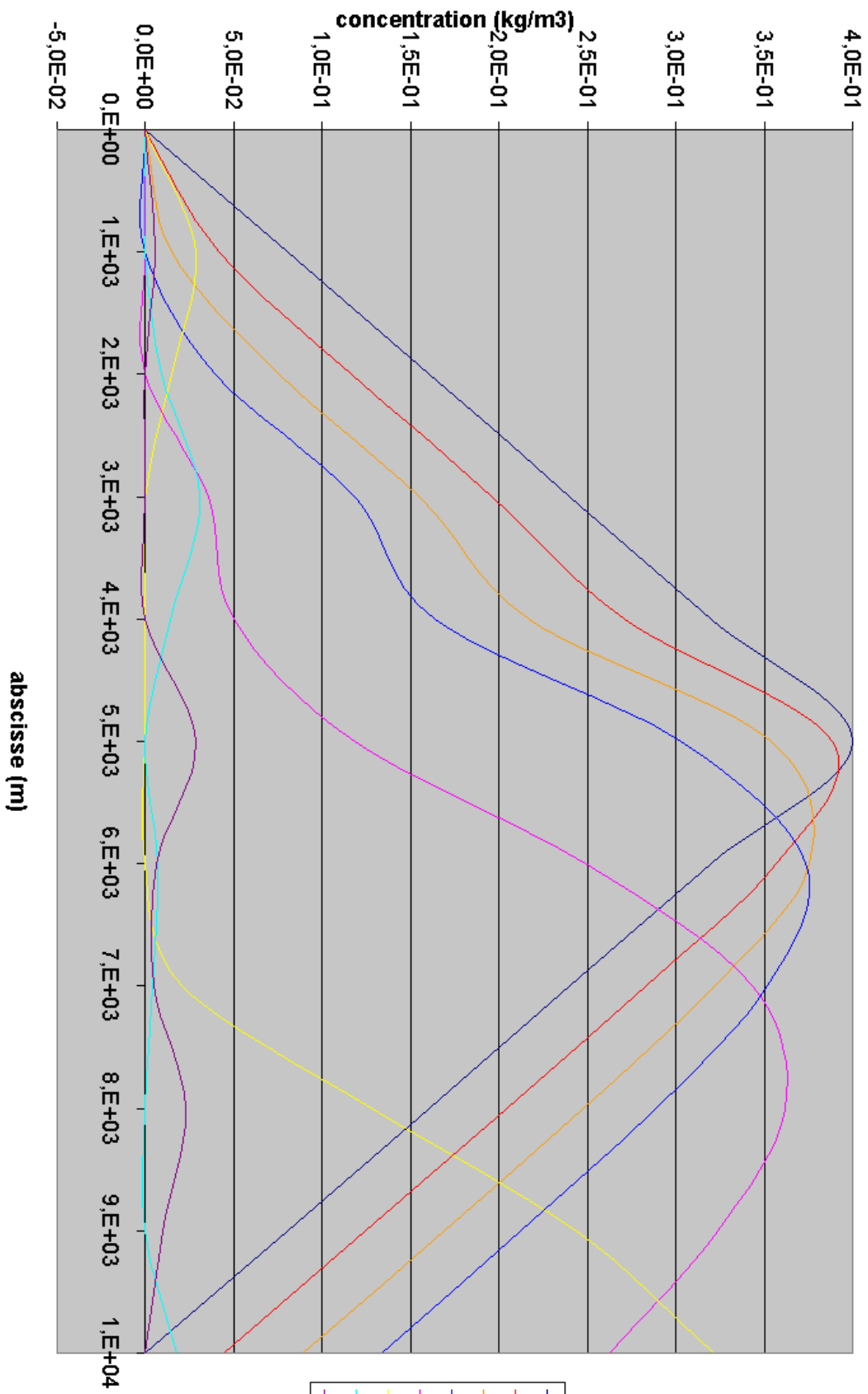


### Holly-Preissmann : TEST 8.6

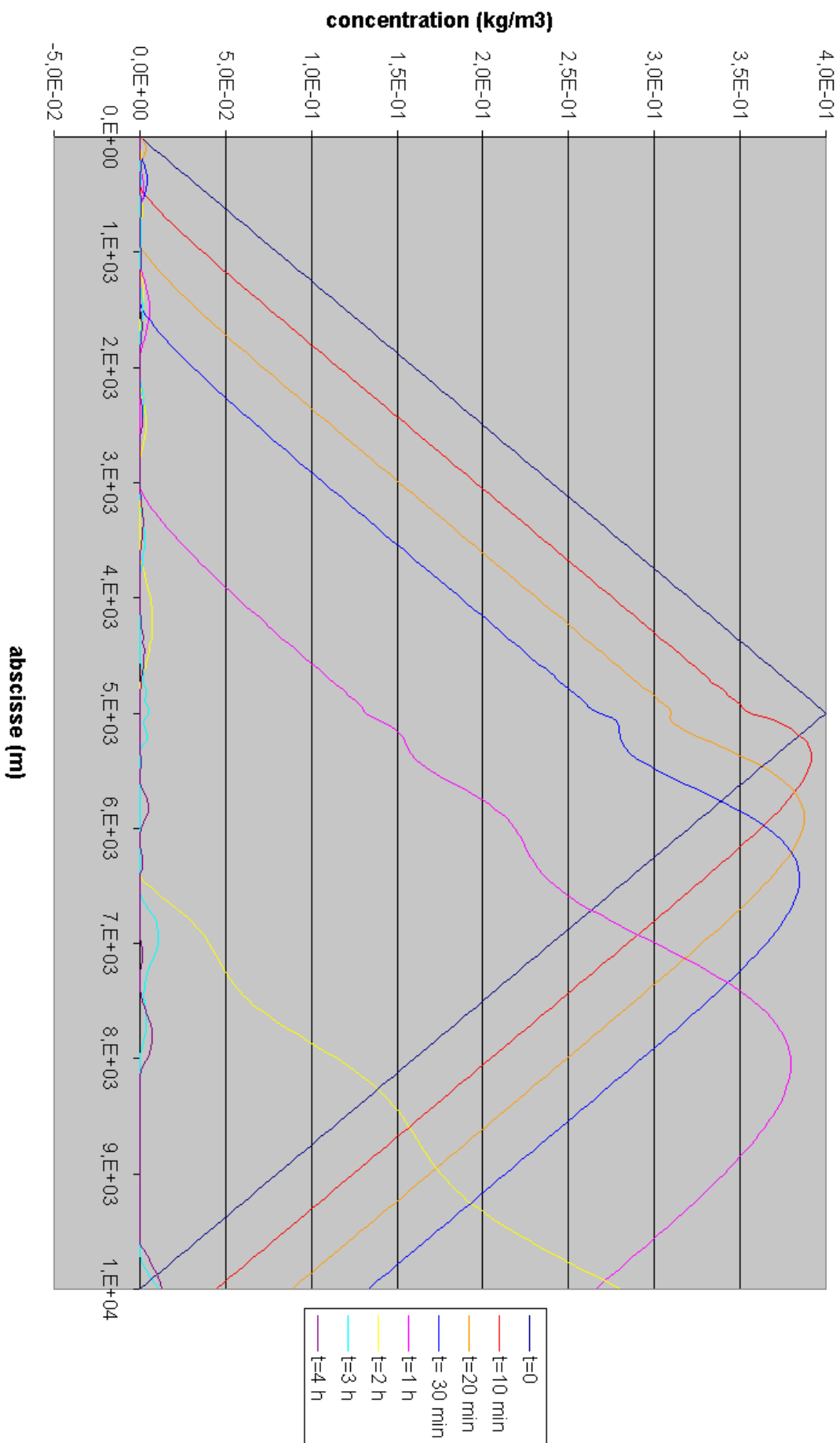
#### erreurs relatives sur la concentration



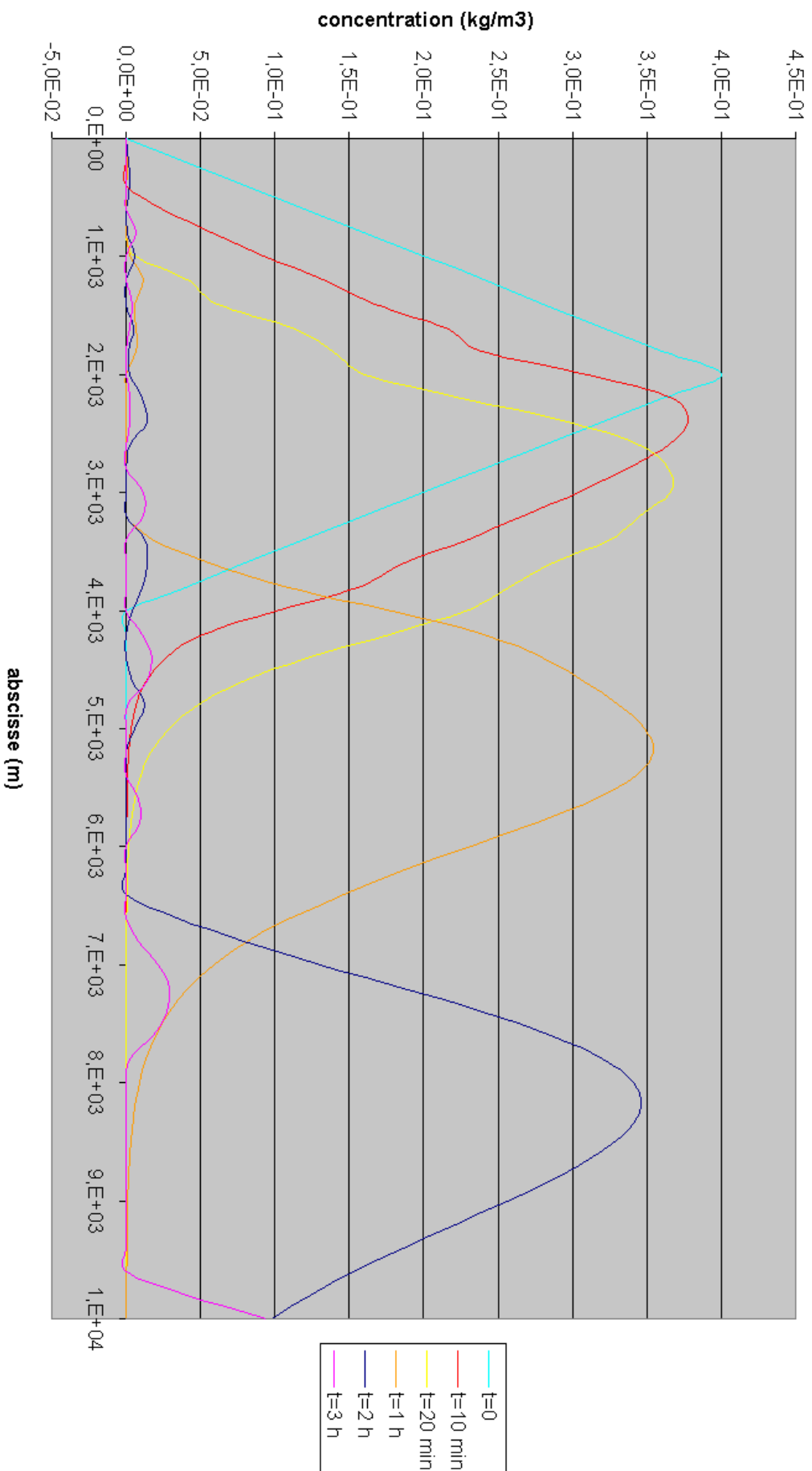
# Crank-Nicholson : TEST 9.1



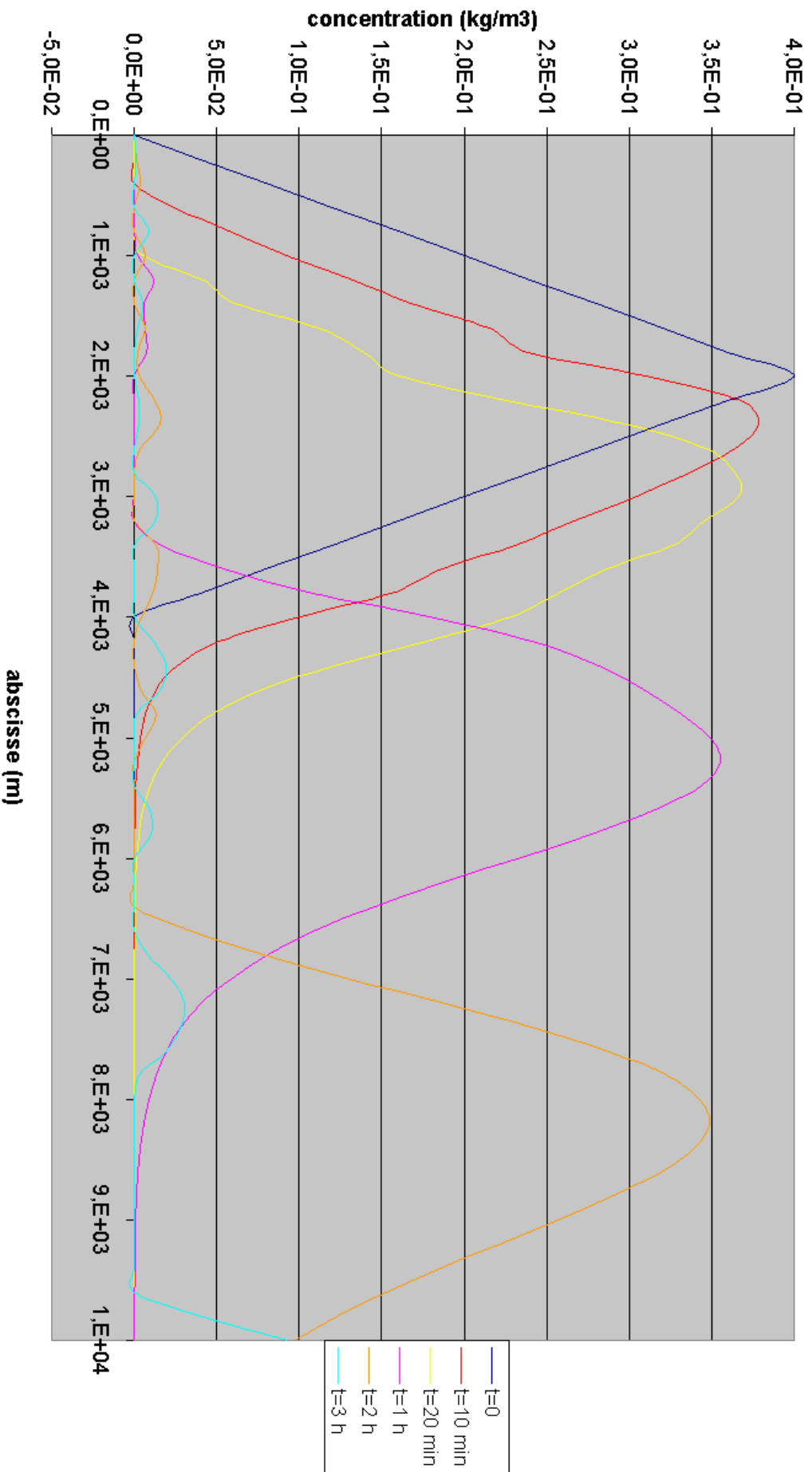
### Crank-Nicholson : TEST 9.2



**Crank-Nicholson : TEST10**  
**D=1 m2/s**

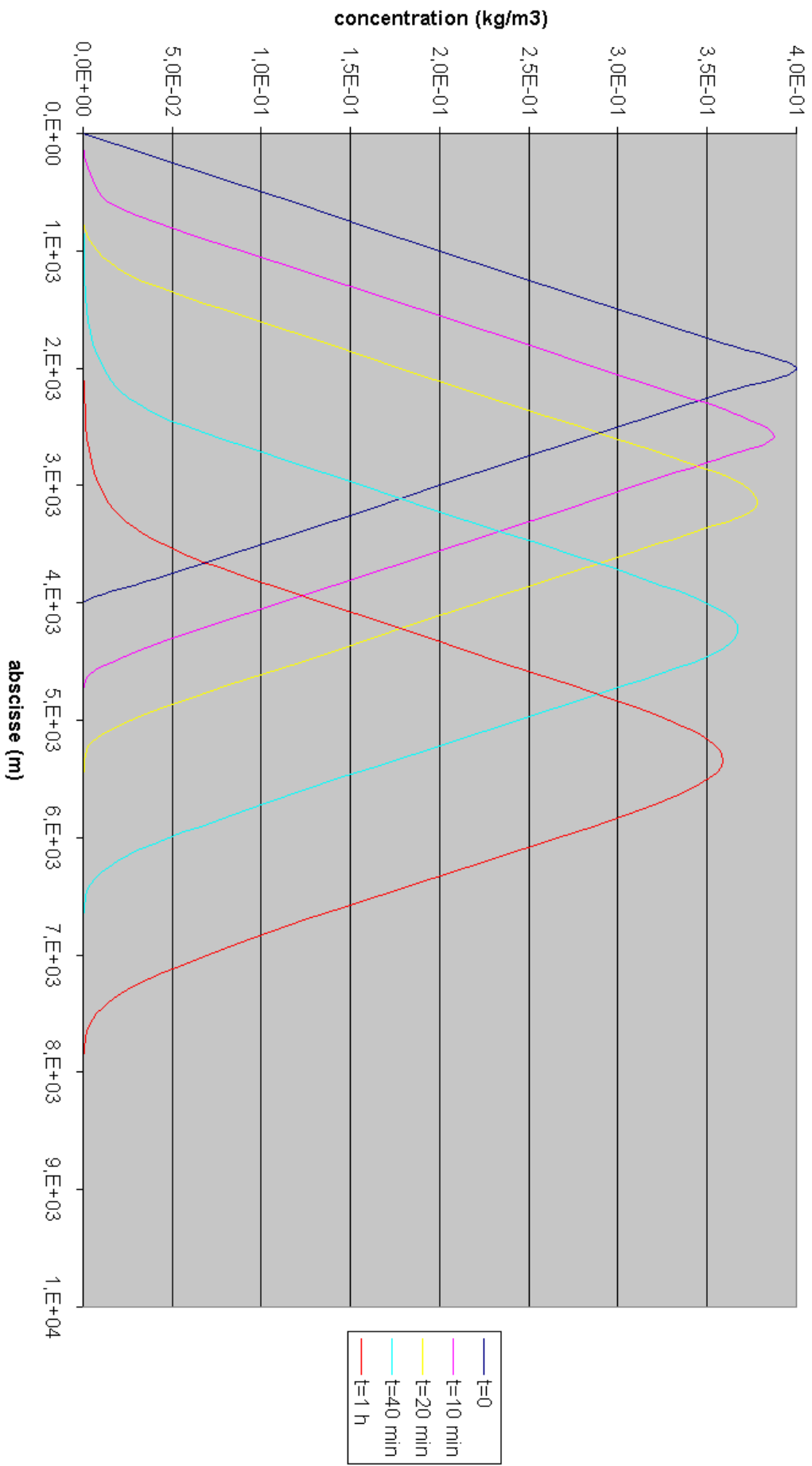


**Crank-Nicholson : TEST 10**  
**D=10 m<sup>2</sup>/s**

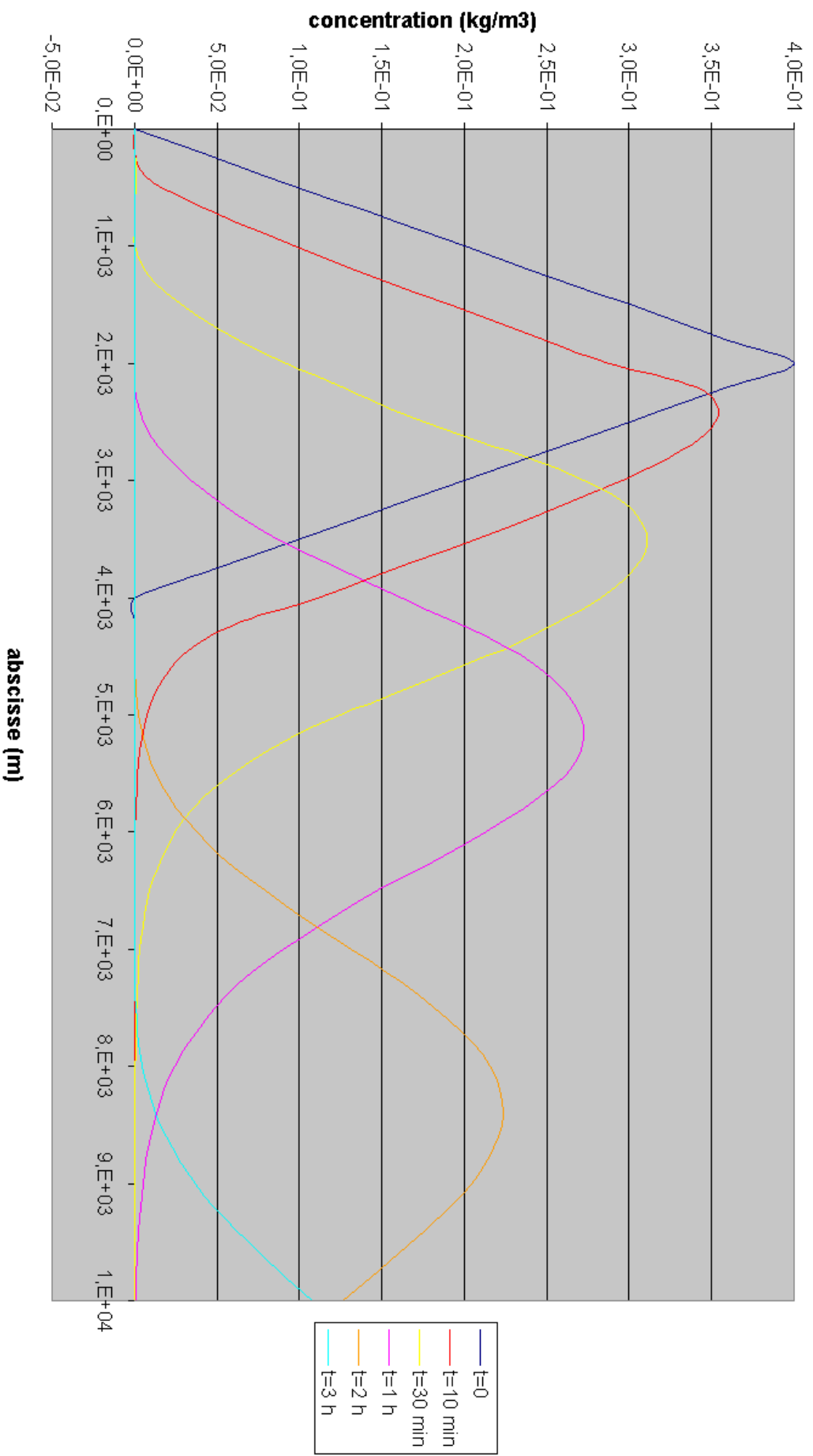


# Holly-Preissmann : TEST 10

## D=10 m<sup>2</sup>/s

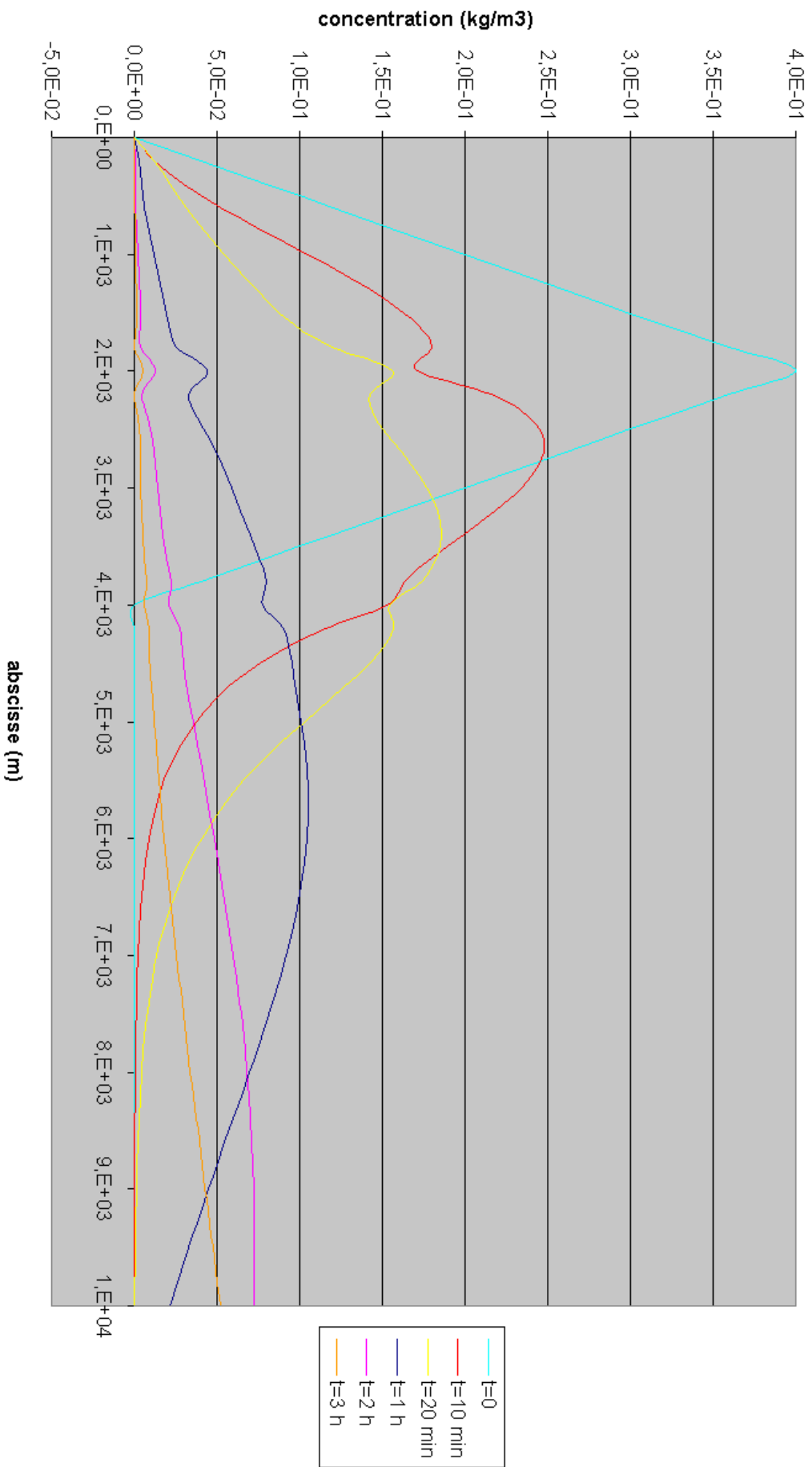


**Crank-Nicholson : TEST 10**  
**D=100 m2/s**

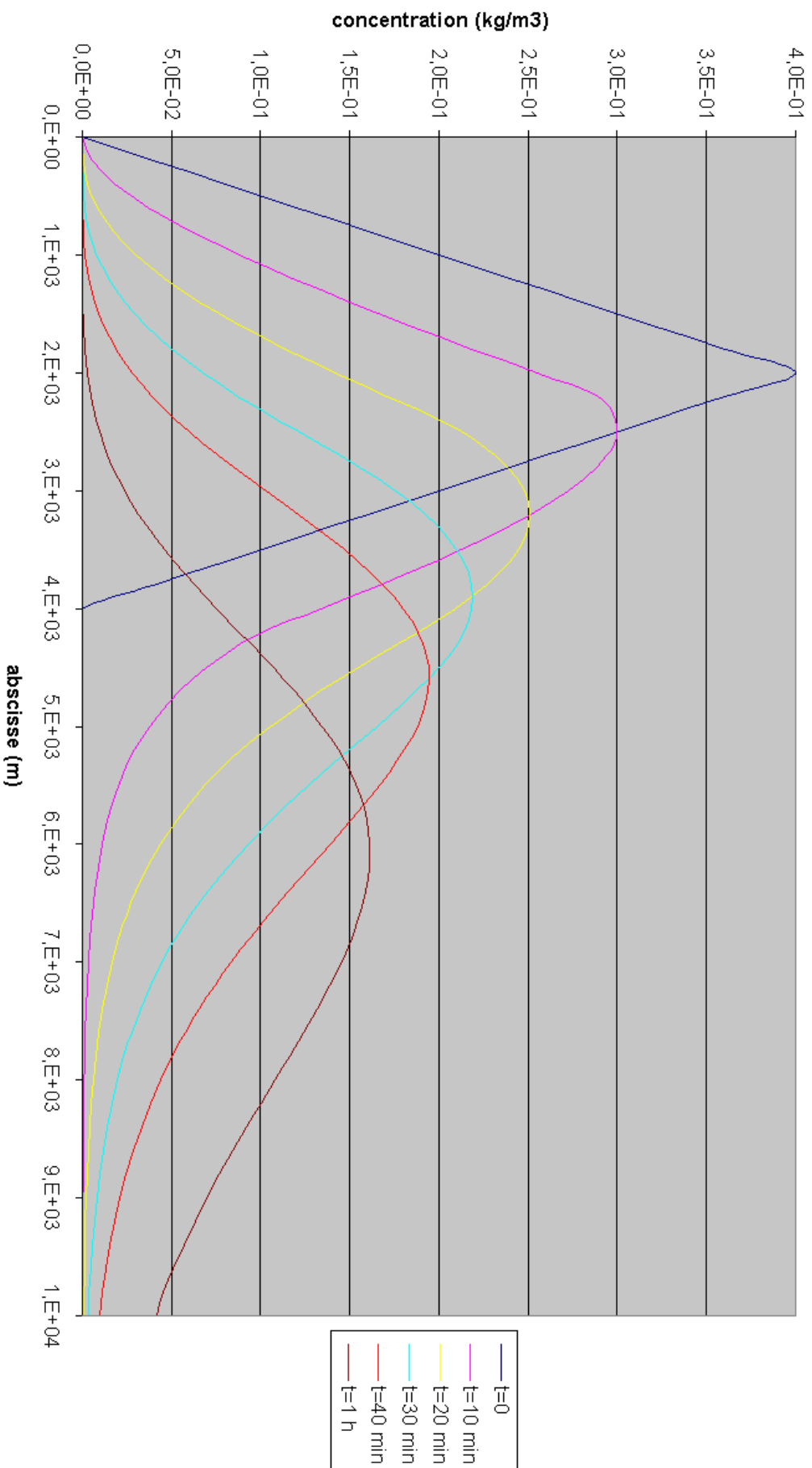




**Crank-Nicholson : TEST 10**  
**D=1000 m2/s**

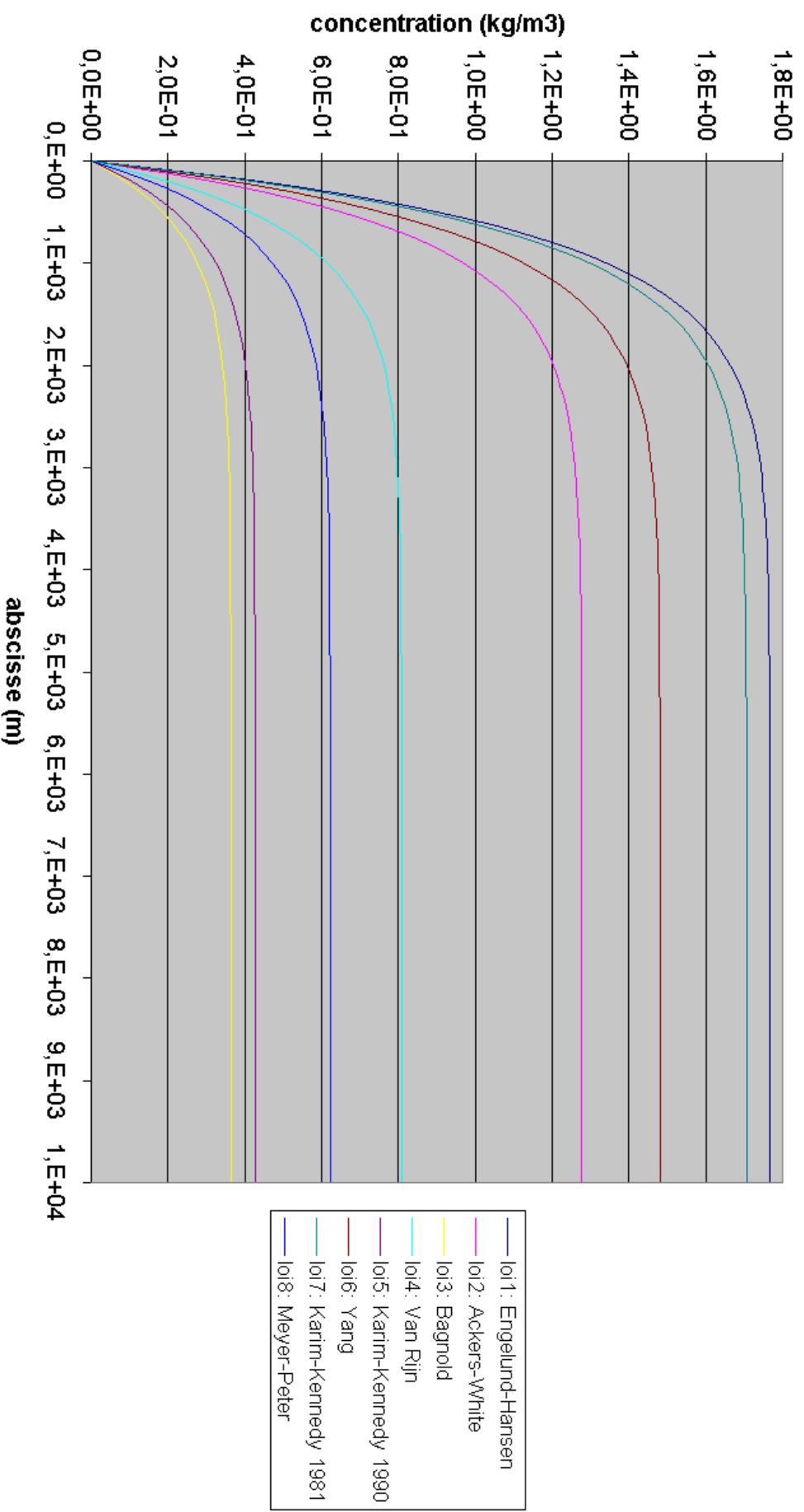


Holly-Preissmann : TEST10  
D=1000 m<sup>2</sup>/s

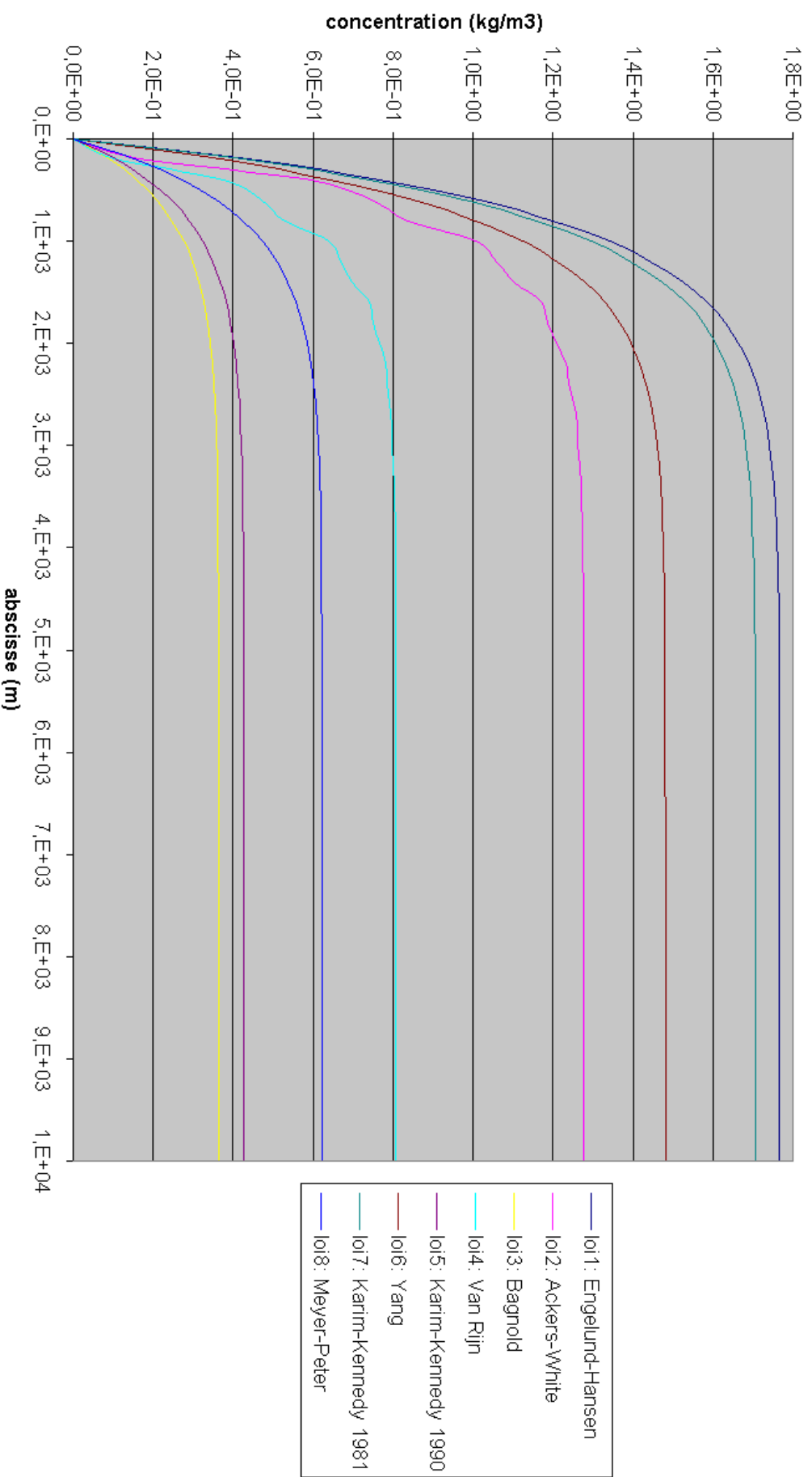


### Crank-Nicholson : TEST11

Comparaison des concentrations en régime établi pour les différentes lois d'équilibre

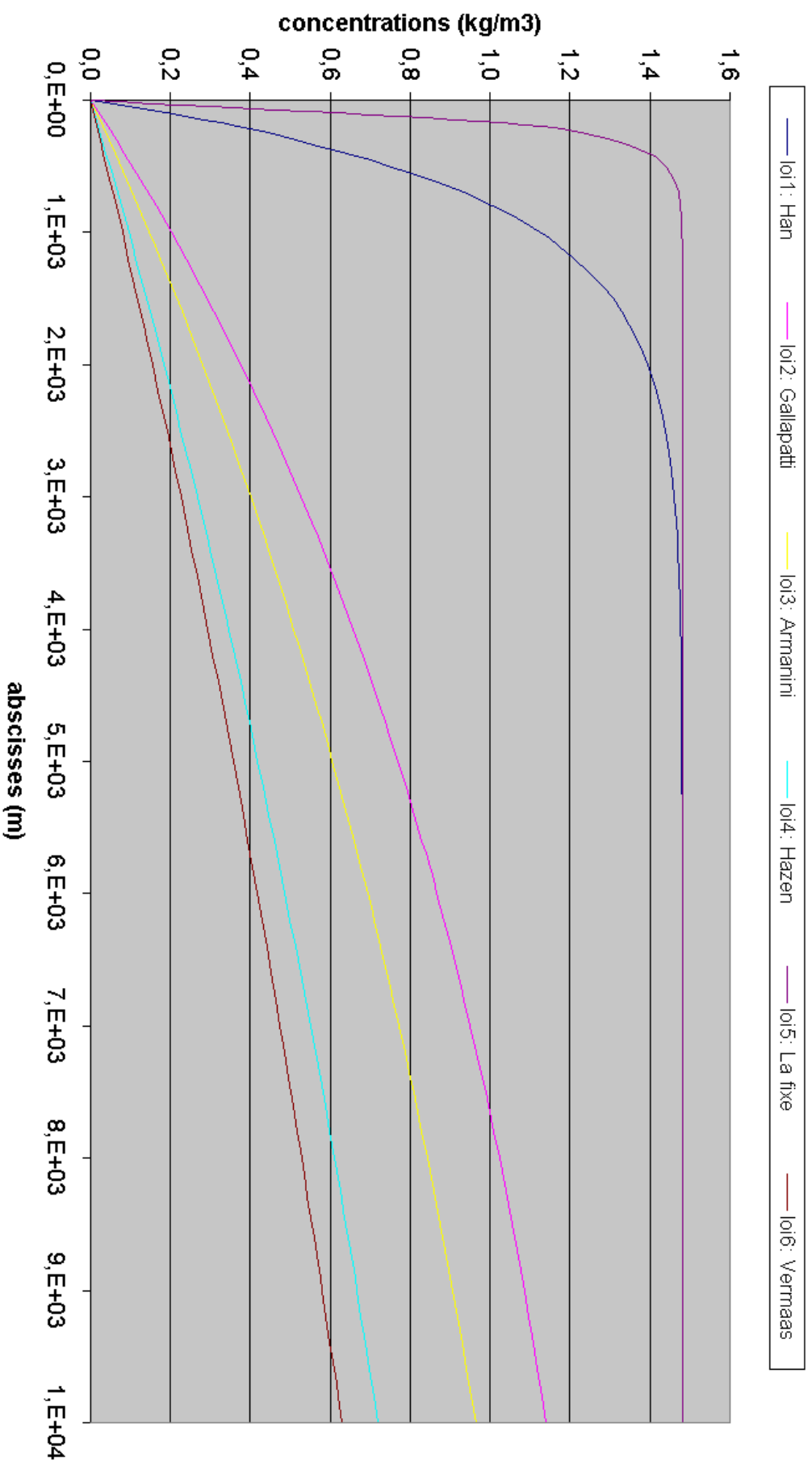


# Holly-Preissmann : TEST11 Comparaison des concentrations en régime établi pour les différentes lois d'équilibre



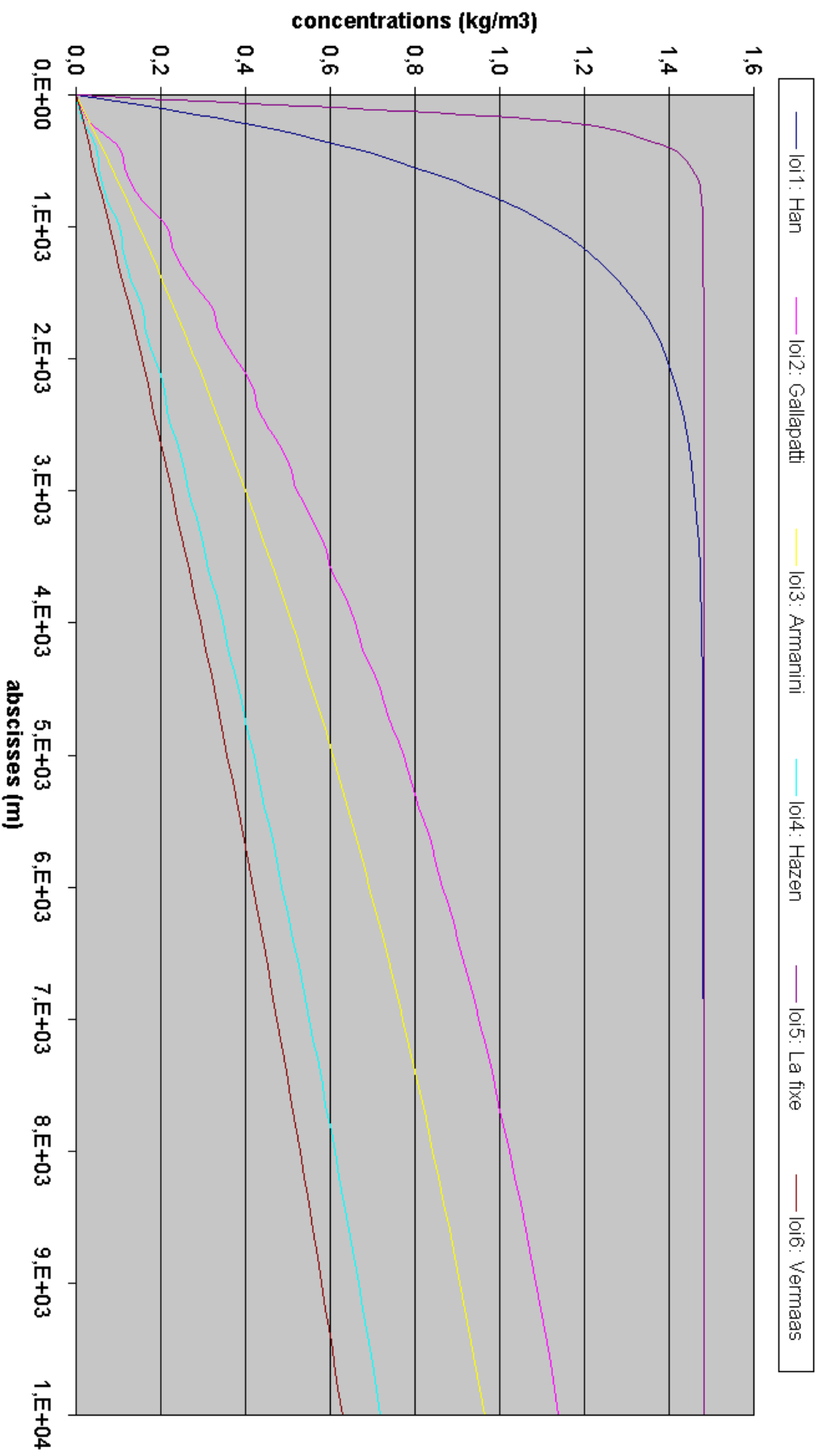
### Crank-Nicholson : TEST12

#### Comparaison des différentes lois de chargement à t=6 heures



## Holly-Preissmann : TEST12

### Comparaison des différentes lois de chargement à t=6 heures



# Crank-Nicholson : TEST13 : dépôt Comparaison des concentrations en régime établi pour les différentes lois d'équilibre

